

---

**TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI**  
Fakulta mechatroniky a mezioborových inženýrských studií

Studijní program: B2612 – Elektrotechnika a informatika

Studijní obor: 2612R011 – Elektronické informační a řídicí systémy

**Studium dvojlomu krystalů v širokém rozsahu teplot**

**Study birefringence of crystals in wide temperature  
range**

**Bakalářská práce**

Autor:	<b>Jakub Spáčil</b>
Vedoucí práce:	Doc. RNDr. Miroslav Šulc, Ph.D.
Konzultant:	Doc. Mgr. Jiří Erhart, Ph.D.

V Liberci 18. 5. 2007

# TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

Fakulta mechatroniky a mezioborových inženýrských studií

Katedra: fyziky

Akademický rok: 2006/2007

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Jméno a příjmení: Jakub Spáčil

studijní program: B 2612 – Elektrotechnika a informatika

obor: 2612R011 – Elektronické informační a řídicí systémy

Vedoucí katedry Vám ve smyslu zákona o vysokých školách č.111/1998 Sb. určuje tuto bakalářskou práci:

Název tématu:

### **Studium dvojlomu krystalů v širokém rozsahu teplot**

Zásady pro vypracování:

1. Připravte mikroskop Olympus PX60 a tepelnou komůrku Linkam THMS 600 k měření v rozsahu teplot od -196 °C do 600°C
2. Připravte automatické ukládání obrazu z mikroskopu při předem zadaných teplotách komůrky.
3. Změřte dvojlom krystalů křemene  $\text{SiO}_2$ , a  $\text{Pb}_5\text{Ge}_3\text{O}_{11}$ .
4. Sledujte fázové přechody vybraných krystalů a určete jejich teploty.

Rozsah grafických prací: dle potřeby dokumentace

Rozsah průvodní zprávy: cca 40 stran

Seznam odborné literatury:

- [1] Bloss F. D., Optical Crystallography, Mineralogical Society of America, Washington, 1999
- [2] Wood E.A., Crystals and Light, An Introduction to Optical Crystallography, Dover 1977, ISBN 0-486-23431-2
- [3] Bouška V., Kašpar P., Speciální optické metody, Academia, Praha 1983
- [4] Saleh, B. E. A. - Teich, M.C.: Základy fotoniky I,II , MATFYZPRESS, Praha 1994-95
- [5] Hecht E., Zajac A., Optics, Addison-Wesley Publishing Company, 1979
- [6] Born, M. - Wolf, E.: Principles of Optics, Pergamon Press, New York, 6.vyd. 1980
- [7] Bass Michael, Handbook of Optics, McGraw-Hill Inc., New York 1995

Vedoucí bakalářské práce: Doc. RNDr. Miroslav Šulc, Ph.D.

Konzultant: Doc. Mgr. Jiří Erhart, Ph.D.

Zadání bakalářské práce: 16.10.2006

Termín odevzdání bakalářské práce: **18. 5. 2007**

.....

Vedoucí katedry

.....

Děkan

V Liberci dne 16.10.2006

# Prohlášení

Byl(a) jsem seznámen(a) s tím, že na mou bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 o právu autorském, zejména § 60 (školní dílo).

Beru na vědomí, že TUL má právo na uzavření licenční smlouvy o užití mé bakalářské práce a prohlašuji, že **s o u h l a s í m** s případným užitím mé bakalářské práce (prodej, zapůjčení apod.).

Jsem si vědom(a) toho, že užít své bakalářské práce či poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem TUL, která má právo ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, vynaložených univerzitou na vytvoření díla (až do jejich skutečné výše).

Bakalářskou práci jsem vypracoval(a) samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím bakalářské práce a konzultantem.

Datum

Podpis

## **Poděkování**

V úvodu této bakalářské práce bych rád poděkoval panu Doc. RNDr. Šulcovi, Ph.D. za odbornou pomoc a rady při tvorbě této práce.

## Abstrakt

Úkolem této bakalářské práce bylo zjištění závislosti hodnot dvojlomu vybraných krystalů na teplotě a ovlivnění dvojlomu fázovým přechodem. Práce obsahuje jednak teoretickou část, ve které je popsán fyzikální jev dvojlomu a fázových přechodů. Dále je zde popsána metodika měření s popisem použitého zařízení. V závěru jsou prezentovány výsledky pro krystaly křemene a  $\text{BaTiO}_3$  z hlediska dvojlomu a jejich fázových přechodů.

## Abstract

The objective of this work was determination of values of birefringence for chosen crystals in dependance on temperature and affection of double refraction with phase transition. This work contains partly a theoretical section, in which the physical effects of double refraction and phase transition are described, followed by description of methodology of measurement with description of used apparatus. In the conclusion, results for quartz crystals and for  $\text{BaTiO}_3$ , in perspective of double refraction and their phase transitions, are presented.

## Obsah:

ABSTRAKT.....	6
ABSTRACT.....	6
OBSAH.....	7
SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ.....	9
1. ÚVOD.....	10
2. DVOJLOM NA KRYSTALECH.....	11
2.1 DVOJLOM.....	11
2.2 OPTICKÁ PROSTŘEDÍ.....	12
2.3 ŘÁDNÝ A MIMOŘÁDNÝ PAPERSEK.....	12
2.4 INDEX LOMU.....	13
2.5 VLNOVÁ TEORIE DVOJLOMU.....	15
2.6 ZÁPORNÉ A Kladné krystaly.....	15
2.7 VLNOPLOCHY.....	16
2.8 UMĚLÝ DVOJLOM.....	21
3. FÁZE.....	23
3.1 FÁZOVÉ PŘECHODY.....	23
3.2 FÁZE.....	24
3.3 FÁZOVÉ ROZHRAŇÍ.....	24
3.4 GIBBSOVO PRAVIDLO FÁZÍ.....	24
3.5 FÁZOVÝ PŘECHOD.....	25
3.6 FÁZOVÝ PŘECHOD DRUHÉHO DRUHU.....	26
4. VLASTNOSTI KRYSTALŮ $\text{SiO}_2$ , $\text{BaTiO}_3$ a $\text{Pb}_5\text{Ge}_3\text{O}_{11}$ .....	27
4.1 KŘEMEN $\text{SiO}_2$ .....	27
4.2 GERMANÁT OLOVA $\text{Pb}_5\text{Ge}_3\text{O}_{11}$ .....	28
4.3 BÁRIUM TITANÁT $\text{BaTiO}_3$ .....	28
5. METODY MĚŘENÍ.....	29
5.1 BEREKŮV KOMPENZÁTOR.....	29
5.2 PŘÍPRAVA K MĚŘENÍ.....	29
5.3 STANOVENÍ KONSTANTY BEREKOVA KOMPENZÁTORU.....	30
5.4 URČENÍ OPTICKÉHO CHARAKTERU MINERÁLŮ.....	31
5.5 STANOVENÍ RETARDACE A VÝPOČET VELIKOSTI DVOJLOMU.....	32

6. POPIS ZAŘÍZENÍ.....	34
6.1 LINKAM EXAMINA PRO.....	34
6.2 MIKROSKOP OLYMPUS BX60.....	35
6.3 BEREKŮV KOMPENZÁTOR.....	36
7. VÝSLEDKY MĚŘENÍ A JEJICH ZHODNOCENÍ.....	37
7.1 KŘEMEN $\text{SiO}_2$ .....	37
7.2 GERMANÁT OLOVA $\text{Pb}_5\text{Ge}_3\text{O}_{11}$ .....	40
7.3 BÁRIUM TITANÁT $\text{BaTiO}_3$ .....	40
8. ZÁVĚR.....	43
LITERATURA.....	44
PŘÍLOHA.....	45



## Seznam použitých symbolů

$a, b$	odchylka Berekova kompenzátoru od $30^\circ$ vpravo nebo vlevo
$c$	rychlost světla
$C$	konstanta Berekova kompenzátoru
$d$	tloušťka materiálu Berekova kompenzátoru
$D$	dvojlom
$E$	intenzita elektrostatického pole
$\varepsilon, \varepsilon'$	úhly dopadu a odrazu
$\varphi$	fázový rozdíl
$G$	volná entalpie soustavy
$K$	Kerova konstanta
$\lambda$	vlnová délka
$n$	index lomu
$n_i$	index lomu prostředí
$n_0, n_e$	index lomu řádného a mimořádného paprsku
$p$	tlak
$R$	retardace
$\rho$	hustota
$t, t_l$	tloušťka a zdánlivá tloušťka
$T$	teplota
$U$	vnitřní energie
$v_0, v_e$	rychlost řádného a mimořádného paprsku
$V_0$	rychlost šíření světla v látce

# 1. Úvod

Dvojlom byl pozorován již v roce 1669 a vysvětlen již roku 1690. V dnešní době je dvojlom hojně využíván v mnoha vědeckých a experimentálních odvětvích. Ale nejčastějším využitím stále zůstává polarizace světla. Při dvojlomu vznikají dva paprsky, řádný a mimořádný. Oba tyto paprsky jsou k sobě navzájem kolmo polarizované. Toho se dá dobře využít při sestavování polarizačních mikroskopů.

Dále lze dvojlomu využít v různých senzorických systémech. Jsou to například senzory napětí, kde využíváme Kerrova článku, a nebo v různých druzích senzorů mechanické deformace. Zde se také využívá Kerrova jevu.

V této práci se proto bude zabývat změnou hodnoty dvojlomu v závislosti jednak na teplotě a jednak na vlnové délce osvětlení.

Při takto širokém rozestupu teplot bude v námi pozorovaných krystalech docházet k fázovým přechodům a k tvorbě a zániku domén těchto krystalů. Tato metoda měření je proto také důležitá pro přímé sledování tvorby domén.

V první části této práce se seznámíme s dvojlomem jakožto fyzikálním jevem. A dozvíme se jaké jsou principy a podmínky jeho vzniku.

V dalších částech budou popsány příčiny fázových přechodů a probereme zde také vlastnosti a využití krystalů zkoumaných vzorků.

Další dvě kapitoly této práce nám pak přiblíží, jaké metodiky měření se používá a jak se má správně postupovat. A dále se zde také seznámíme s používaným zařízením.

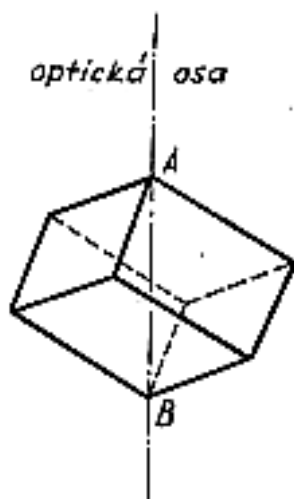
A v závěrečné kapitole shrneme naměřené a spočtené hodnoty a zhodnotíme výsledky celé práce.

## 2. Dvojlom na krystalech

### 2.1 Dvojlom

E. Bartholinus zjistil roku 1669, že díváme-li se na předměty krystalem islandského vápence, vidíme je dvojité. Tento jev vysvětlil teprve Ch. Huygens roku 1690 ve svém díle *Traité de la lumière*. Dopadá-li světelný paprsek na přirozenou plochu islandského vápence, štěpí se ve dva paprsky, které postupují různými směry. Podobný jev lze pozorovat, i když ne tak výrazně, také u jiných krystalů. Díváme-li se na např. takovým krystalem na písmo knihy, vidíme je dvojité. Světlo jdoucí od písma na krystal se při lomu na krystalu štěpí na dva svazky; tento jev se nazývá *dvojlom světla*.

Islandský vápenec krystaluje v soustavě šesterečné a lze z něho snadno vyštípat kus ve tvaru klenec omezeného šesti kosočtverci.



Obr.2.1 Klenec

V šesti rozích klenec se stýká jeden tupý úhel se dvěma ostrými; ve dvou protilehlých rozích A a B se stýkají tři stěny klenec s vesměs tupými úhly. Spojnice těchto rohů se nazývá *krystalografická osa*. Tato osa a každý směr s ní rovnoběžný se nazývá *optickou osou krystalu*. Každá rovina proložená krystalickou osou se nazývá *hlavní řez*; každá rovina s touto rovnoběžná je rovněž hlavním řezem.

## 2.2 Optická prostředí

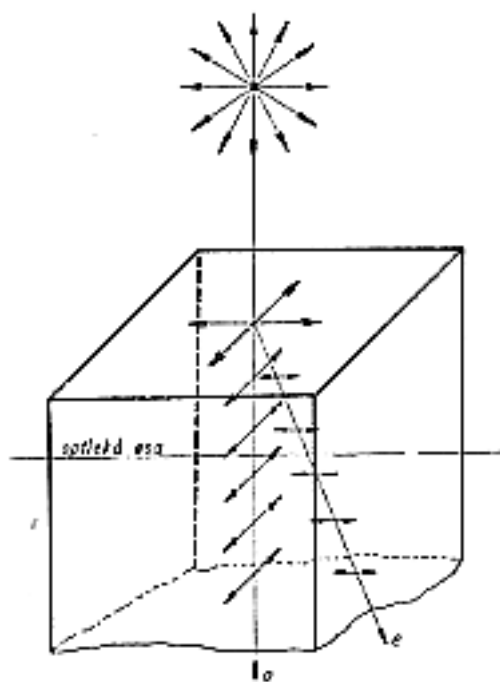
Všechna optická prostředí dělíme na dvě skupiny, izotropní a anizotropní. První skupina obsahuje látky, v nichž se světlo šíří všemi směry stejnou rychlostí. Do druhé skupiny pak patří látky, u nichž rychlost šíření je závislá na směru; tyto látky jsou dvojlomné, neboť světelný paprsek se v nich štěpí na dva paprsky, šířící se krystalem různou rychlostí. U některých krystalických látek existuje jeden směr, v němž nenastává štěpení; takové krystaly se nazývají *jednoosé*. U jiných krystalických látek existují dva takové směry a příslušné krystaly se nazývají *dvojosé*.

Přirozený dvojlom světla nastává jen u látek anizotropních, tj. látek majících v různých směrech různé fyzikální vlastnosti. Také látky izotropní (např. sklo) se mohou stát různým způsobem uměle anizotropními, např. tlakem, ohybem, zahříváním, elektrickým polem apod.; mluvíme pak o *umělém dvojlomu*.

K látkám izotropním patří sklo, kapaliny a krystaly soustavy krychlové. K látkám anizotropním (dvojlomným) náleží všechny ostatní látky krystalické. Krystaly soustavy čtverečné a šesterečné jsou jednoosé, krystaly soustavy kosočtverečné, jednoklonné a trojklonné jsou dvojosé. V praktické optice mají význam jedině krystaly jednoosé, a to především křemen a vápenec.

## 2.3 Řádný a mimořádný paprsek

Když dopadá na rovinnou stěnu krystalu, rovnoběžnou s optickou osou, paprsek přirozeného světla, po dopadu se štěpí na jednotlivých vrstvách iontů krystalové mřížky na dva. A to na *řádný (ordinarius)* a *mimořádný (extraordinarius)*, které se šíří krystalem různými směry a různou rychlostí.



Obr.2.2 Rozštěpení paprsku na řádný a mimořádný

První paprsek se řídí zákonem lomu, tj. šíří se stejnou rychlostí dopadu na krystal nezávisle na směru v krystalu, kdežto rychlost šíření mimořádného paprsku závisí na směru. Vzhledem k tomu, že oba paprsky se šíří různou rychlostí, odpovídají jim též různé indexy lomu. Index lomu  $n_o$  řádného paprsku je tedy konstantou nezávislou na směru šíření, kdežto index lomu  $n_e$  mimořádného paprsku závisí na směru šíření. Proto se obvykle určuje index lomu  $n_e$  mimořádného paprsku pro směr kolmý na optickou osu.

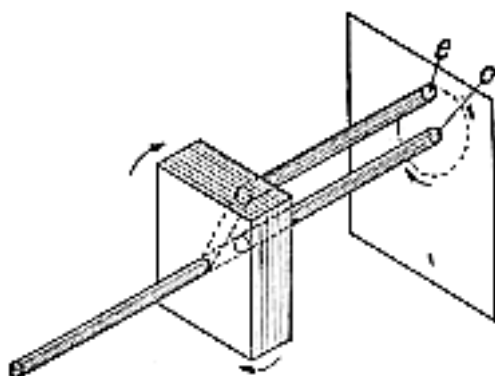
## 2.4 Index lomu

Index lomu pro mimořádný paprsek je zřejmě funkcí směru; je zvykem určovat index lomu pro směr kolmý k optické ose, ve kterém je rychlost maximální v případě záporného krystalu a minimální v případě kladného krystalu. Hodnoty indexů lomu  $n_o$  a  $n_e$  pro některé krystaly podává tabulka:

Látka	$n_o$	$n_e$
Vápenec	1,6583	1,4864
Křemen	1,5442	1,5533
Led	1,306	1,307

Tabulka 2.1

Dvojlom můžeme demonstrovat takto: Na stínítku zobrazíme čočkou malý otvor. Mezi čočku a stínítko vložíme do cesty světlu destičku z islandského vápence. Dopadá-li světlo kolmo na destičku, pak vedle původního obrazu vznikne na stínítku ještě jeden, který je posunut stranou. Otáčíme-li destičkou kolem dopadajícího paprsku jako osy, pak zůstává původní obraz v klidu a druhý se kolem něho otáčí.



Obr. 2.3 Demonstrace dvojlomu

A jak už bylo uvedeno, nesplňuje paprsek mimořádný zákon Snellův.

Index lomu látky lze však také definovat jako podíl rychlosti světla ve vakuu a rychlosti světla v příslušné látce.

Pro izotropní látky platí:

$$\frac{\sin \varepsilon}{\sin \varepsilon'} = \frac{c}{v} = n \quad (2.1)$$

kde  $\varepsilon, \varepsilon'$  je úhel dopadu a lomu a  $c, v$  jsou rychlosti.

Experimentálně bylo zjištěno, že dopadá-li na krystal islandského vápence světelný paprsek ve směru optické osy, nenastává dvojlom. Pokus provedeme s destičkou

z islandského vápence, vybroušenou kolmo k optické ose. Dopadá-li na ni světelný svazek šikmo, nastává dvojlom; při kolmém dopadu se dvojlom neobjeví. Výsledek pokusu můžeme vyjádřit také tak, že ve směru optické osy je index lomu pro oba paprsky týž ( $n_o = n_e$ ). Při postupu světla v tomto směru je tedy rychlost obou paprsků řádného i mimořádného stejná, takže dvojlom nemůže nastat. Platí tedy:

$$v_0 = \frac{c}{n_o} \quad (2.2)$$

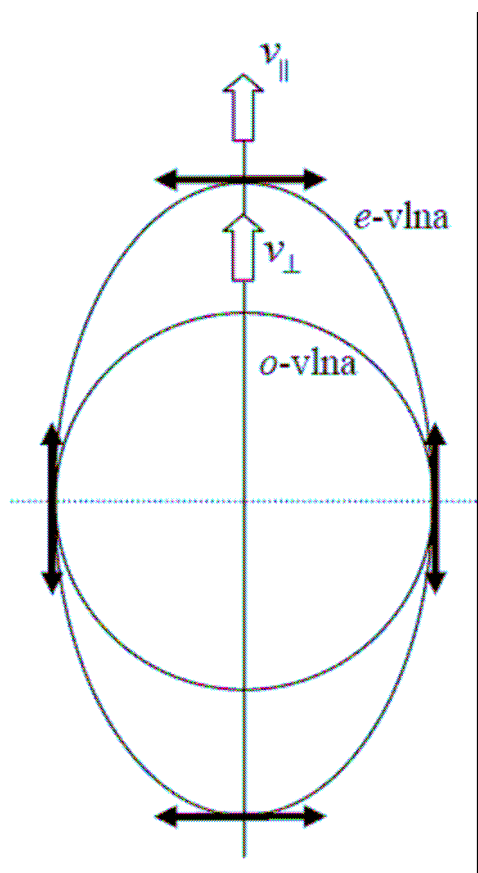
Kde  $v_0$  je rychlost šíření světla (paprsku řádného i mimořádného) ve směru optické osy.

## 2.5 Vlnová teorie dvojlomu

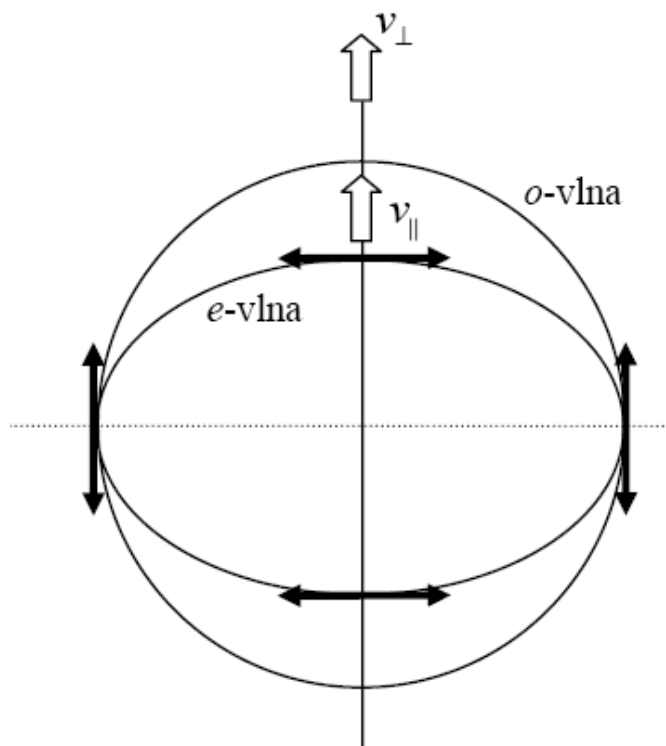
Všimněme si nyní dvojlomu z hlediska vlnové teorie. Vlnoplochou rozumíme plochu, na níž se rozšíří vlnění z určitého zdroje v určitém čase. Poněvadž v izotropním prostředí je rychlost světla stejná ve všech směrech, je vlnoplochou v tomto prostředí vždy plocha kulová; totéž platí i pro řádný paprsek v prostředí anizotropním, neboť splňuje zákon Snellův. Jinak je tomu pro paprsek mimořádný, neboť ten se šíří v krystalu v různých směrech různou rychlostí. Pro mimořádný paprsek bylo uvedeno, že jeho rychlost je ve směru optické osy stejná jako rychlost  $v_0$  paprsku řádného, ve všech směrech svírajících týž úhel s optickou osou je táž, takže příslušná vlnoplocha je osově souměrná. Je to rotační plocha, která se dotýká kulové vlnoplochy řádného paprsku ve směru optické osy.

## 2.6 Záporné a kladné krystaly

Huygens učinil předpoklad, že vlnoplochou mimořádného paprsku je rotační elipsoid; u záporných krystalů ( $v_e > v_0$ ) je opsán ploše kulové (Obr. 2.4), kdežto u kladných ( $v_e < v_0$ ) je uvnitř kulové vlnoplochy (Obr. 2.5), přičemž se obě vlnoplochy v obou případech dotýkají ve směru optické osy.



Obr. 2.4 Vlnoplocha záporného krystalu



Obr. 2.5 Vlnoplocha kladného krystalu

## 2.7 Vlnoplochy

Vlnoplocha ve dvojlomné látce je obecně plochou čtvrtého stupně:

$$\frac{a^2 x^2}{r^2 - a^2} + \frac{b^2 y^2}{r^2 - b^2} + \frac{c^2 z^2}{r^2 - c^2} = 0, \quad x^2 + y^2 + z^2 = r^2 \quad (2.3)$$

Mají-li  $a$ ,  $b$ ,  $c$  různou hodnotu, jsou příslušné krystaly dvojosé. Mají-li dvě z konstant stejné hodnoty, jsou krystaly jednoosé; např. pro  $c = b$  nabývá (1) tvaru:

$$[a^2 x^2 + b^2 (y^2 + z^2) - a^2 b^2](r^2 - b^2) = 0 \quad (2.4)$$

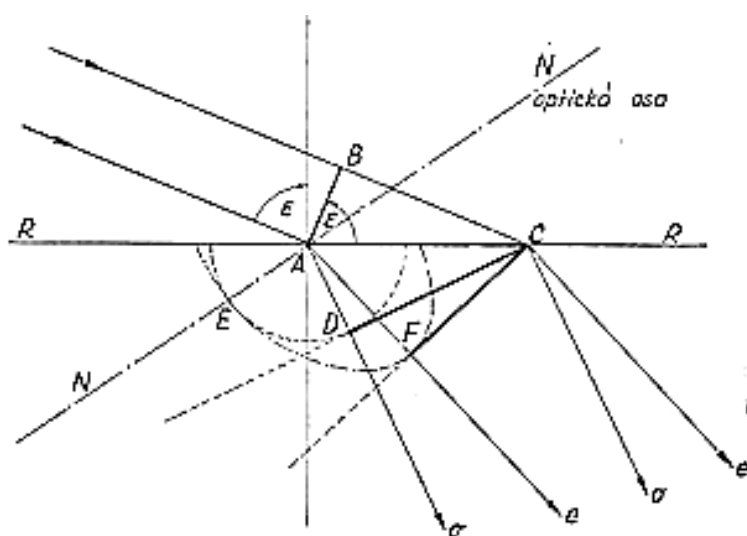
Tj. rozpadá se v kouli  $x^2 + y^2 + z^2 = b^2$  (2.5)



a rotační elipsoid  $a^2x^2 + b^2(y^2 + z^2) = a^2b^2$  (2.6)

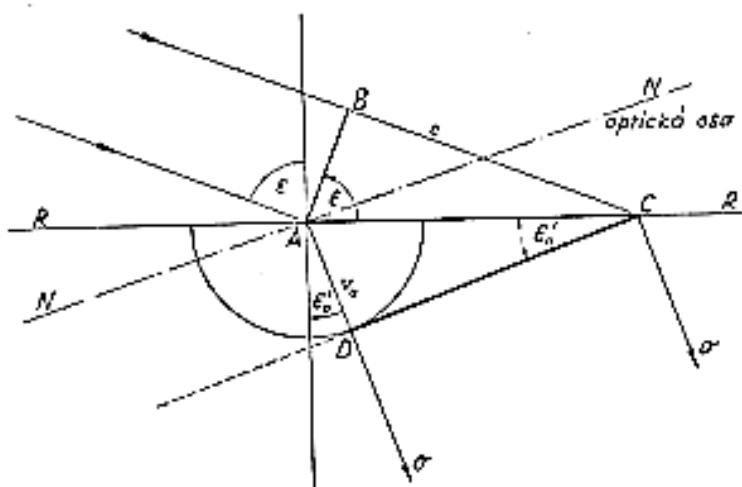
nebo  $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2 + z^2}{a^2} = 1$  (2.7)

Rovinná vlna (Obr. 2.6) dopadá na plochu RR jednoosého krystalu; AB je čelo vlnoplochy a optická osa má směr NN a leží v rovině dopadu (rovina nákresná).

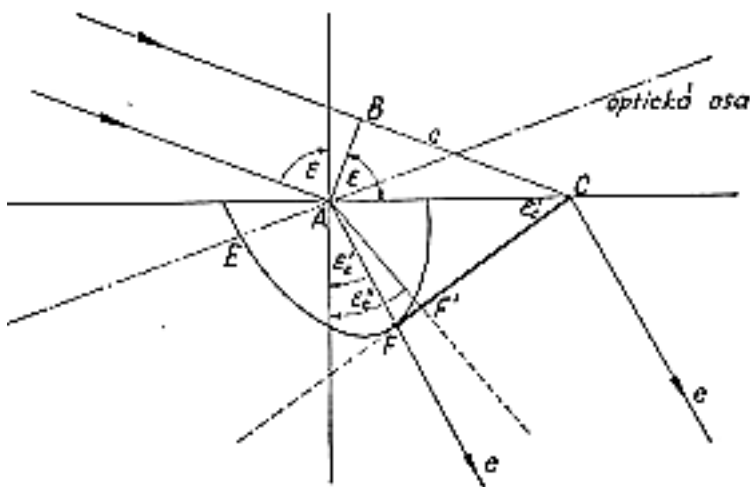


Obr.2.6 Výklad dvojlomu podle Huygensova principu

V čase  $t = 0$  se dotkne vlna rozhraní v bodě A. Tento bod se stává podle Huygensova principu zdrojem elementárních vlnoploch dvojího druhu. Zatím co vlnění postupující z bodu B do bodu C se šíří ve vzduchu rychlostí  $c$  a urazí tedy za dobu  $t$  dráhu  $BC = ct$ , rozšíří se vlna paprsku řádného za tutéž dobu v krystalu na kulovou plochu o poloměru  $AD = v_0t$ . Příslušná vlnoplocha paprsku mimořádného je rotační elipsoid, který se dotýká kulové plochy v bodě E, neboť AE je směr optické osy; ve směru optické osy mají oba paprsky stejnou rychlost  $v_0$ . Ve směru kolmém k optické ose se rozšíří vlna paprsku mimořádného do vzdálenosti  $AF = v_0t$ ; na obrázku 2.7 a 2.8 jsou uvedeny oba případy lomu (paprsku řádného i mimořádného) odděleně.

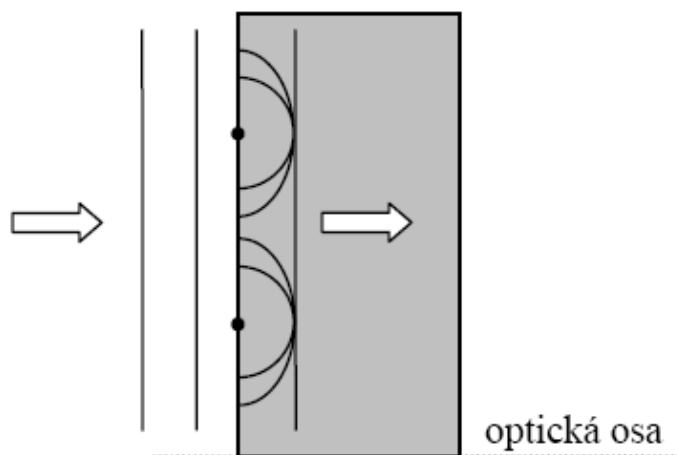


Obr. 2.7 Lom řádného paprsku



Obr. 2.8 Lom mimořádného paprsku

Směry rychlosti  $v_o$  a  $v_e$  mimořádného a řádného paprsku jsou totožné u jednoosých krystalů jen ve dvou případech, a to pro paprsky rovnoběžné a kolmé k optické ose. To dokazuje Huygensova konstrukce. Na obr. 2.9 a 2.10 je  $RR$  rozhraní mezi vzduchem a prostředím jednoosého krystalu.



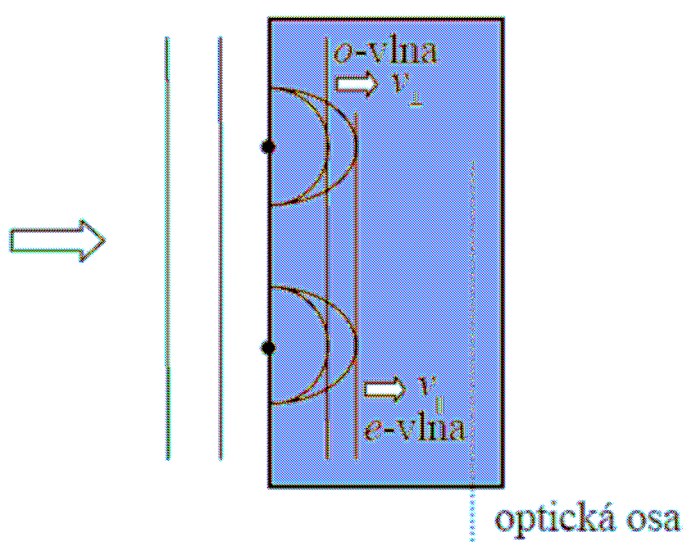
Obr. 2.9 Destička vybroušená kolmo k optické ose

Plocha je vybroušena kolmo k optické ose. Paprsek dopadající kolmo na plochu krystalu ( $\varepsilon=0$ ) probíhá rovnoběžně s optickou osou. Uvažujeme svazek mezi body  $A$  a  $B$ , který dopadá kolmo na rozhraní. Všechny body rozhraní mezi body  $A$  a  $B$  jsou současně zasaženy dopadající vlnou, a proto současně vysílají elementární vlny, z nichž jsou na obr. 9 zakresleny dvě pro body  $A$  a  $B$ . Společná tečná rovina  $CD$  obou vlnoploch je na obrázku znázorněna; platí:

$$\overline{AC} = \overline{BD} = V_0 = v_0 \quad (2.8)$$

A proto nenastává dvojlom a rychlost  $V$  a  $v$  jsou stejné, takže  $n_0 = \frac{c}{v_0}$ . (2.9)

Vyšetřeme nyní případ, kdy plocha destičky je rovnoběžná s optickou osou (obr. 2.10).



Obr. 2.10 Destička vybroušená rovnoběžně s optickou osou

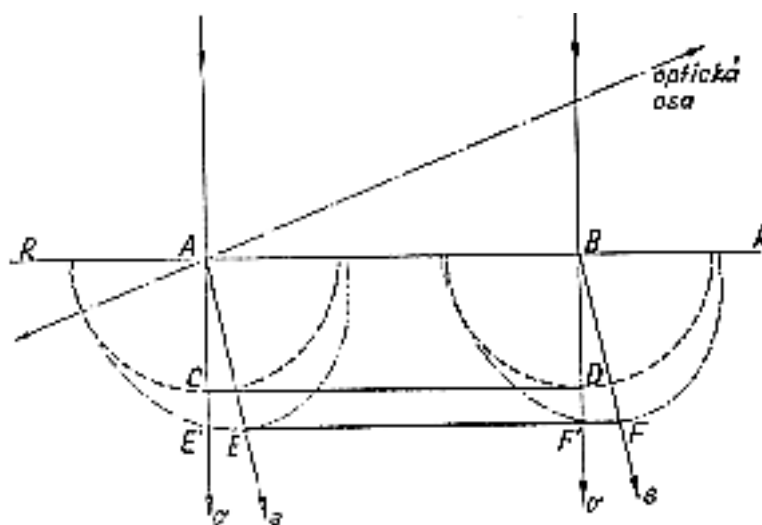
Vlnoplochy pro oba paprsky řádný a mimořádný jsou zakresleny v obrázku. Tečná rovina  $CD$  k oběma kulovým plochám je členem vlny pro paprsek řádný a tečná rovina  $EF$  je čelem vlny pro paprsek mimořádný. Obě roviny jsou spolu rovnoběžné; oba paprsky postupují v krystalu nerozděleny, nenastává dvojlom, ale paprsky se šíří různými rychlostmi. Řádný paprsek postupuje rychlostí  $v_o$  a mimořádný rychlostí  $v_e$ . Index lomu pro mimořádný paprsek je  $n_e = \frac{c}{v_e}$ . Tento případ je podstatně odlišný od případu a), neboť mezi postupujícími paprsky vzniká fázový rozdíl.

Je-li  $t$  tloušťka destičky, je optická dráha řádného paprsku  $n_o t$  a mimořádného  $n_e t$ , takže vzniká dráhový rozdíl  $(n_o - n_e)t$ , který odpovídá fázovému rozdílu

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)t \quad (2.10)$$

Je nutné zdůraznit, že nebyla při jakémkoliv fázovém rozdílu pozorována interference obou paprsků.

Případ, že optická osa leží v rovině dopadu, ale svírá s rozhraním  $RR$  určitý úhel, je znázorněn na Obr. 2.11. Obě vlnoplochy najdeme obdobně jako v případech předešlých, rovněž i čela vln a směry paprsků řádného i mimořádného. Je třeba zdůraznit, že v tomto případě není paprsek mimořádný normálou vlnoplochy a ani rychlost paprsková není identická s rychlostí normálovou.



Obr. 2.11 Lom destičkou vybroušenou šikmo k optické ose

Pokusy ukazují, že řádné a mimořádné vlny ve dvojlomných krystalech jsou polarizovány ve vzájemně kolmých rovinách. Podaří-li se tedy oddělit jednu vlnu od druhé, je možné použít dvojlomného krystalu jako polarizátoru a analyzátoru.

## 2.8 Umělý dvojlom

Umělým dvojlomem nazýváme jev, kdy původně opticky izotropní prostředí se vnějším

působením stane dvojlomným. V pevných látkách lze vyvolat dvojlom mechanickou deformací, tento jev nazýváme elastooptickým. Ve vhodně zvolených materiálech jej lze využít ke studiu rozložení deformací v různých profilech při definovaném namáhání.

V pevných látkách, kapalinách i plynech můžeme vyvolat umělý dvojlom elektrostatickým

polem. Tento jev pak nazýváme Kerrovým elektrooptickým jevem. Při

něm se prostředí, umístěné v homogenním elektrickém poli, chová jako jednoosý

dvojlomný krystal, jehož optická osa má směr intenzity elektrostatického pole. Dopadne-li světlo ve směru kolmém na směr elektrostatického pole, rozštěpí se na paprsek řádný s indexem lomu  $n_0$  a na paprsek mimořádný s indexem lomu  $n_e$ . Ukazuje se, že pro monochromatické světlo o vlnové délce  $\lambda_0$  roste rozdíl indexu lomu s kvadrátem intenzity elektrostatického pole a lze jej vyjádřit vztahem:

$$n_0 - n_e = K\lambda_0 E^2 \quad (2.11)$$

kde koeficient úměrnosti  $K$  nazýváme Kerrovou konstantou. Někdy se však jako Kerrova konstanta definuje výraz:

$$K' = K \frac{n_0}{N} \quad (2.12)$$

kde  $N$  je index lomu studované látky bez působení elektrostatického pole. Stejně jako index lomu závisí i Kerrova konstanta obecně na teplotě a vlnové délce světla.

Při studiu Kerrova jevu v pevných látkách je si ovšem nutno ještě uvědomit, že v důsledku elektrostrikce může elektrické pole působit mechanickou deformaci materiálu, která může být opět doprovázena elastooptickým jevem; výsledný efekt je pak kombinací obou jevu.

Umělý dvojlom může vyvolat i magnetické pole přiložené k látce. Pak hovoříme o Kerrove magnetooptickém jevu.

## 3. Fáze

### 3.1 Fázové přechody

Fáze je část termodynamické soustavy, která je fyzikálně i chemicky homogenní a od ostatní části soustavy je oddělena ostrým fázovým rozhraním za předpokladu, že nepůsobí vnější síly. Například voda v uzavřené láhvi tvoří jednu fázi, její hladina tvoří ostré rozhraní se vzduchem, který je v láhvi uzavřen.

Pro rovnováhu fází ve vícefázové soustavě platí Gibbsovo pravidlo fází. Přeměnu jedné fáze v jinou fázi, například led ve vodu, nazýváme fázový přechod. Rozlišujeme fázové přechody prvního a druhého druhu na základě určitých charakteristik těchto přechodů. Pro fázové přechody prvního druhu platí obecně Clausiova-Clapeyronova rovnice.

Při změně skupenství látka přijímá nebo odevzdává okolí skupenské teplo. Známe tyto změny skupenství:

- tání a tuhnutí,
- vypařování, var a kondenzace,
- sublimace a desublimace.

Fázový diagram je grafické vyjádření závislosti mezi proměnnými určujícími rovnovážný stav soustavy, tj. mezi termodynamickou teplotou  $T$ , tlakem  $p$ , koncentrací, entropií  $S$ . Plošné fázové diagramy obsahují křivky rovnováhy dvou fází. Trojrozměrné fázové diagramy obsahují plochy rovnováhy dvou fází.

Nejčastěji je používán fázový diagram  $p$ - $T$ , který obsahuje tři křivky rovnováhy:

- křivku syté páry,
- křivku tání a
- sublimační křivku.

Společným bodem těchto křivek je trojný bod; je to bod, v němž látka současně existuje ve všech třech skupenstvích.

Křivka syté páry končí kritickým bodem, v němž mizí rozdíl mezi kapalinou a její parou. Při teplotě vyšší než je kritická teplota, existuje daná látka pouze v plynném stavu. V historii hrála nízká kritická teplota některých látek velkou překážku při jejich zkapalňování, například při postupném zkapalňování vzduchu, hélia.

## 3.2 Fáze

Fáze je část termodynamické soustavy, která, nepůsobí-li vnější síly, je fyzikálně i chemicky homogenní a od ostatních částí soustavy je oddělena ostrým fázovým rozhraním.

Například fázemi vody jsou krystalická modifikace ledu, voda jako kapalina vodní pára. Vodný roztok kuchyňské soli tvoří jednu fázi (ale o dvou složkách), olej ve vodě tvoří dvě fáze.

## 3.3 Fázové rozhraní

Fázové rozhraní je myšlená plocha oddělující dvě fáze, např. dvě kapaliny, kapalinu a pevnou látku, dvě různé krystalické struktury téže látky atd.

## 3.4 Gibbsovo pravidlo fází

Gibbsovo pravidlo fází též Gibbsův zákon fází (Gibbsovo fázové pravidlo) je kritérium, které platí pro termodynamickou rovnováhu fází ve vícefázové soustavě. Je vyjádřeno vztahem mezi počtem termodynamických stupňů volnosti soustavy  $\nu$ , počtem fází  $f$  a počtem nezávislých složek  $s$  v rovnovážné heterogenní soustavě, na kterou z vnějších faktorů působí jen tlak a teplota:

$$\nu = s - f + 2. \quad (3.1)$$

Počet (termodynamických) stupňů volnosti soustavy  $\nu$  je dán nejmenším počtem nezávislých parametrů, jimiž je jednoznačně určen stav soustavy, tj. počtem proměnných intenzivních veličin.

Složkami soustavy rozumíme chemicky čisté látky, z nichž lze danou soustavu fází složit. Např. soustava složená z vody a její syté páry je jednosložková soustava o dvou fázích

Jestliže jeden z parametrů je konstantní, např. tlak, pak  $\nu = s - f + 1$ . (3.2)



Podle počtu stupňů volnosti  $\nu$ , tj. počtu nezávisle proměnných intenzivních veličin určujících rovnovážný stav soustavy, rozeznáváme soustavu:

- invariantní  $\nu = 0$ ,
- univariantní (monovariantní)  $\nu = 1$ ,
- bivariantní  $\nu = 2$ , atd.

### 3.5 Fázový přechod

Fázový přechod též fázová přeměna je přeměna jedné fáze v jinou, např. pevné fáze v kapalnou, kapalně v plynnou, aby nastal stav termodynamické rovnováhy, která byla porušena vlivem vnějších sil.

Fázový přechod jednosložkových soustav dělíme podle Ehrenfesta na fázový přechod prvního druhu a druhého druhu (řádu). Pro fázový přechod platí, že při dané teplotě a tlaku a stejné hmotnosti látky jsou si volné entalpie obou fází rovny:

$$G_1(p, T) = G_2(p, T), \quad (3.3)$$

tj. volná entalpie soustavy jako celku se při přeměně látky z jedné fáze do druhé (při fázovém přechodu) nezmění.

Fázový přechod prvního druhu

Pro fázový přechod prvního druhu se první derivace volné entalpie pro obě fáze liší:

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial G}{\partial T} \right)_p &= -S, \\ \left( \frac{\partial G}{\partial p} \right)_T &= V. \end{aligned} \quad (3.4), (3.5)$$

Fázový přechod prvního druhu je charakterizován tím, že se při teplotě fázového přechodu skokem mění vnitřní energie  $U$  látky a měrný objem  $v$  (tj. i hustota  $\rho$ ,  $v = 1/\rho$ ), dochází při něm k přijímání nebo odevzdání tepla fázového přechodu. Tyto přechody se nazývají změny skupenství např. tání, vypařování atd.

### 3.6 Fázový přechod druhého druhu

V případě, že je první derivace volné entalpie pro obě fáze nulová, jedná se o fázový přechod druhého druhu. Při tomto přechodu se nemění měrný objem látky, látka nepřijímá ani neodevzdává teplo fázového přechodu. Mění se při něm skokem charakteristické veličiny dané látky, např. součinitel teplotní objemové roztažnosti měrná tepelná kapacita při stálém tlaku nebo stlačitelnost apod. Příkladem je přechod pevné feromagnetické látky v paramagnetickou látku při Curiově teplotě nebo přechod některých látek za nízké teploty do stavu elektrické supravodivosti nebo přechod do supratekutého stavu.

## 4.VLASTNOSTI KRYSTALŮ $\text{SiO}_2$ , $\text{BaTiO}_3$ a $\text{Pb}_5\text{Ge}_3\text{O}_{11}$

### 4.1 Křemen $\text{SiO}_2$

Křemen (anglicky quartz) je minerál s chemickým vzorcem  $\text{SiO}_2$ , hojně se vyskytující v litosféře, kde tvoří jeden z nejdůležitějších prvků. Křemen vytváří celou řadu odrůd, mezi které patří hvězdovec, čirý křišťál, růžový růženín, hnědá záhněda, chalcedon, achát, onyx, ametyst, tygří oko, železitý křemen, jaspis, žlutý citrín, černý morion a další. Křemen je běžnou součástí žuly, pískovce a mnoha dalších hornin.

Křemen vzniká jako poslední člen Bowenova reakčního schématu z magmatu. Krystaluje v klencové soustavě a na Mohsově stupnici tvrdosti má tvrdost 7. Typický tvar krystalu je šestiboký hranol s dvěma klenci, u kterého bývají plochy hranolu vodorovně rýhovány. Běžně však dochází k dvojčatění nebo růstu polykrystalů, ale setkáváme se také s monokrystaly. Rozpouští se v kyselině fluorovodíkové.

Rozpoznáváme vyšší a nižší křemen. Nižší křemen je stabilní do teploty  $573\text{ }^\circ\text{C}$ , po překročení mezní teploty dochází k modifikaci do hexagonální konfigurace vyššího křemene. Křemen je velmi odolný proti zvětrávání, což je jeden z důvodů, proč se hromadí v náplavech a sedimentech ve formě zrněk, valounků, valounů (tvoří písky, štěrky atd.).

Křemen se ve velkém množství těží jako součást písků a štěrků, často se těží speciální slévárenské anebo sklářské písky. Dále se mohou těžit kvarcity, což jsou horniny složené převážně z křemene.

Pro sběratelské a šperkařské účely se těží drahokamové odrůdy křemene a sbírkové ukázky křemene. Pro šperkařství se získávají zejména mikrokrystalické křemeny (jaspis, achát) a vysoce kvalitní čiré a nepopraskané záhnědy, křišťály, citríny a ametysty pro výrobu brusů.

Pro své piezoelektrické vlastnosti je křemen hojně využíván jako oscilátor v elektronických zařízeních, jako v hodinách a dalších přístrojích měřících čas (PC atd.). Jeho předností v tomto ohledu je velmi malá závislost piezoelektrického koeficientu na teplotě. Křemenné sklo je na rozdíl od křemene amorfnní a má laboratorní a další využití ve sklářském průmyslu.

## 4.2 Germanát olova $\text{Pb}_5\text{Ge}_3\text{O}_{11}$

Germanát olova  $\text{Pb}_5\text{Ge}_3\text{O}_{11}$  byl poprvé syntetizován Speranskaya-ou. Jeho feroelektrické vlastnosti byly nezávisle potvrzeny dvěma japonskými výzkumnými skupinami. U germanátu olova nastává fázový přechod při 450K. Při Curieově teplotě odrazová plocha zmizí ( $C_{3h} \rightarrow C_3$ ) a pouze anti-paralelní domény ( $180^\circ$  stěny) se mohou objevit při feroelektrické fázi. Mimořádné pro tento materiál je existence jeho optické aktivity ve feroelektrické fázi. Doménová struktura germanátu olova je čistě rozeznatelná v polarizovaném světle, protože znaky směru optické rotace se obrátí.

Doménová struktura byla již vyšetřována mnoha autory. Během převrácení polarizace jsou domény normálního hexagonálního tvaru pozorovatelné. Hranice těchto domén jsou paralelní ke straně monokrystalu rostlého podél  $[001]$  směru. Bylo zaznamenáno mnoho defektů, např.: mechanický tlak může mít vliv na tvar domén. Bylo také zjištěno, že doménové struktury nemusí být viditelné u monokrystalů po vzrůstu. Pouze při aplikaci elektrického pole můžeme sledovat optickou olišnost domén.

## 4.3 Bárium titanát $\text{BaTiO}_3$

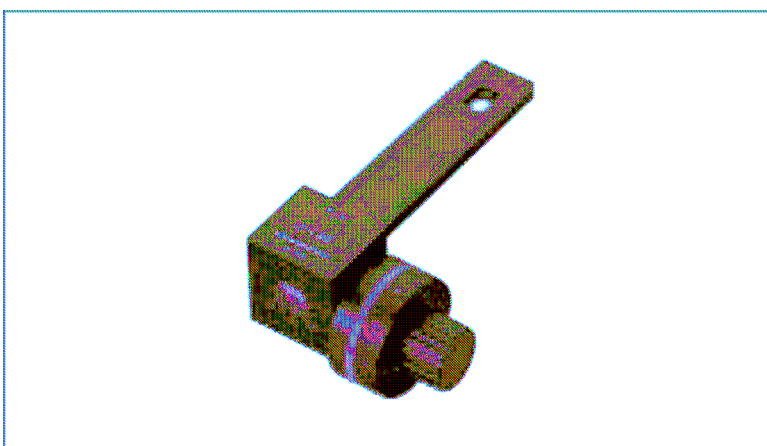
Struktura, složení a vlastnosti bárium titanátu založeného na keramice byly šíře prozkoumány v průběhu výzkumu feroelektřiny během Druhé světové války. Důvody k výzkumu měly hned dva primární cíle. Zaprvé bárium titanát je základní materiál, který může nabídnou široký rozsah využití v komerčních aplikacích včetně dielektrických materiálů pro kapacitory, pozitivního teplotního koeficientu rezistence termistoru, paměťové zařízení s dielektricky laditelnými mikrovlnami, piezoelektřinu a nelineární optiku.

V prvním případě byl výzkum veden potřebou optimalizovat či pozvednout požadované vlastnosti nebo počet hodnot obvykle založených na přírůstkových změnách v chemickém složení. A druhý je ten, že bárium titanát bývá povšimnut jako model pro feroelektrický perovskit, jako typ oxidu  $\text{ABO}_3$ , který je vzorem mnoha polymorfních fázových přechodů, a je proto využíván jako korelát pro důležité dielektrické nebo feroelektrické vlastnosti, včetně teplotních variací v polymorfních fázových přechodech. Teploty pro fázové přechody bárium titanátu jsou:  $-90^\circ\text{C}$ ,  $5^\circ\text{C}$  a  $110^\circ\text{C}$ .

## 5. Metody měření

### 5.1 Berekův kompenzátor

Berekův kompenzátor je otočný kompenzátor vyrobené z kalcitu vhodný a citlivý k měření dráhového rozdílu paprsku kmitajícího ve směru většího a menšího indexu lomu, čili k retardaci a tím i k přesnému stanovení dvojlomu. Měření tímto kompenzátozem je dosti rychlé. S výhodou jej lze použít zvláště při větších dráhových rozdílech.



Obr.5.1 Berekův kompenzátor

Proti ostatním kompenzátorům má přednost v jednoduchosti zasazení do aparatury mikroskopu. Berekův kompenzátor zasazujeme totiž přímo do výřezu pro pomocné destičky a měříme bez jakékoliv další úpravy mikroskopu. Tímto se zásadně liší od ostatních kompenzátorů, a to zvláště od křemenných.

### 5.2 Příprava k měření

S Berekovým kompenzátozem se pracuje při zkříženém analyzátoru a polarizátoru mikroskopu. Při správně seřízeném analyzátoru a polarizátoru mikroskopu a při zasunutí kompenzátoru do výřezu pro pomocné destičky v nulové poloze uvidíme v zorném poli mikroskopu černý, mnohdy silně difúzní kříž. Je možná otázka, proč vzniká jenom temný kříž, když kalcitová destička je vyříznuta kolmo k optické ose a je-li v nulové poloze, mělo by vlastně celé zorné pole mikroskopu být tmavé. Skutečně by tomu tak bylo, kdyby paprsky přicházející z kondenzoru byly přesně paralelní. Ve skutečnosti jsou však tyto paprsky zvláště

při otevřené cloně slabě kuželovitě sbíhavé. Následkem silného dvojlomu kalcitu již i nepatrná výchylka paprsku od směru optické osy způsobuje dvojlom a tím i rozsvětlení příslušné části zorného pole mikroskopu. Nemáme proto tmavé celé zorné pole, ale jen tmavý kříž, jehož ramena probíhají ve směrech kmitů analyzátoru a polarizátoru.

Vyklápěním destičky z vodorovné polohy vzniká dvojlom. Interferenční barvy budou stále vyšší se zvětšujícím se úhlem vychýlení. Čím větší dvojlom má měřený preparát, tím plynulejší je chod barev. Pro zjištění přesné polohy kompenzace je lepší používat pro práci s Berekovým kompenzátořem monochromatického světla, protože černé pruhy kompenzace jsou užší a ostřejší.

Při měření je třeba co možná nejrovnoběžnějších paprsků; doporučují se k tomu účelu objektivy se clonkou. Žádoucí je silný světelný zdroj. Zvláště u minerálů, které mají své vlastní zabarvení, jsou temné kompenzace při slabém světle málo znatelné.

Použijeme-li Bertrandovy čočky, zorné pole se zmenší, pruhy kompenzace jsou ostřejší a dobře se odečítá jejich střed.

### 5.3 Stanovení konstanty Berekova kompenzátoru

Následkem disperze kalcitu je konstanta kompenzátoru poněkud odlišná pro různé délky vln světelného zdroje. Proto je lépe použít k jejímu stanovení monochromatického světla, kterého pak používáme i při dalších měření.

Při otáčení bubínku kompenzátoru na kteroukoliv stranu přecházejí přes zorné pole mikroskopu, při monochromatickém světle, černé pruhy. Tyto temné pruhy značí zpoždění obou paprsků mimořádného i řádného o celé  $\lambda$ . U prvního pruhu tedy  $1\lambda$ , u druhého  $2\lambda$  atd. Tyto temné pruhy zastavujeme na střed nitkového kříže okuláru a na vnějším bubínku kompenzátoru odečítáme úhel pro tyto polohy. Pro přesnější výsledky je doporučeno provádět pro každý temný pruh několik zastavení a odečtení. Polohy pruhů odečítáme na obou stranách od nulové hodnoty kompenzátoru. Při dalším výpočtu pak řadíme k sobě odpovídající si zastavení na obou stranách od nulové polohy.

Při otáčení vpravo dostaneme hodnotu  $a$ , při otočení vlevo hodnotu  $b$  u sobě odpovídajících si zastavení. Pro jejich průměr platí:

$$i = \frac{a - b}{2} \quad (5.1)$$

A pro konstantu kompenzátoru při užití vlnové délce monochromatického světla platí:

$$C = \frac{n\lambda}{f(i)}, \quad (5.2)$$

kde  $n$  je řád kompenzace a  $f(i)$  funkční hodnota odečítaná z tabulky pro příslušný Berekův kompenzátor.

Ale není to jediný způsob výpočtu. Olympus bohužel uvádí pouze čtyři hodnoty  $C$  pro určité vlnové délky. My potřebujeme znát i jiné a proto jsme použili následujících disperzních vztahů:

$$n_0^2 - 1^2 = \frac{0.4876\lambda^2}{\lambda^2 - (0.0434)^2} + \frac{0.3988\lambda^2}{\lambda^2 - (0.0946)^2} + \frac{2.3120\lambda^2}{\lambda^2 - (23.7936)^2} \quad (5.3)$$

$$n_e^2 - 1^2 = \frac{0.4134\lambda^2}{\lambda^2 - (0.0368)^2} + \frac{0.5050\lambda^2}{\lambda^2 - (0.0908)^2} + \frac{2.4905\lambda^2}{\lambda^2 - (23.7720)^2} \quad (5.4)$$

A známe-li tloušťku destičky kalcitu v Berekově kompenzátoru, můžeme pro výpočet konstanty kompenzátoru použít tohoto vzorce:

$$C = \frac{d * n_0}{2} \left( \frac{1}{n_e^2} - \frac{1}{n_0^2} \right). \quad (5.5)$$

## 5.4 Určení optického charakteru minerálů

Kompenzátor zastavíme v nulové poloze. Zkoumaný krystal minerálu nastavíme do polohy zhášení a pak jej otočíme o 45° do polohy diagonální vzhledem ke kmitosměrům analyzátoru a polarizátoru. Při otáčení bubínku sledujeme, zda nastává kompenzace. Při velmi vysokém dvojlomu preparátu může docházet alespoň ke zřetelnému poklesu interferenčních barev a to při větších výchylkách kompenzátoru. Pokud se při monochromatickém světle objevují pruhy kompenzace blíže u sebe a je jich více, pak je minerál v poloze substrakční a

to znamená, že kmitosměr zkoumaného nerostu je kolmý ve směru výřezu v tubusu v mikroskopu.

Nepozorujeme-li kompenzační pruhy nebo jsou příliš daleko od sebe, jde pak o polohu adiční, kdy nerost má kmitosměr rovnoběžně se směrem výřezu v tubusu mikroskopu.

## 5.5 Stanovení retardace a výpočet velikosti dvojlomu

Bubínek kompenzátoru je zastaven na 30. dílku, destička kalcitu nejeví v této poloze dvojlom vůči rovnoběžným paprskům, které na ni dopadají kolmo.

Minerál dáme na stolku do substrakční polohy. Kompenzátor zastavujeme ve dvou polohách kompenzace. Jednu s vyšší hodnotou kompenzace než 30 a druhou s nižší hodnotou. Měříme tedy hodnoty vpravo a vlevo od nulové polohy. Postup je stejný jako při odečítání temných pruhů při určování konstanty kondenzátoru, ale s tím rozdílem, že tyto temné pruhy zde neznamenaají fázové rozdíly v destičce kompenzátoru, ale jsou to místa, v nichž vzájemné zpoždění paprsků v minerálu i v destičce kompenzátoru má stejně velkou nebo opačnou hodnotu.

Dosažení rovnoběžné polohy kmitoměru v kompenzátoru a nerostu je snadné. Pootočíme trochu stolkem mikroskopu tak, aby nerost v kompenzační poloze jevil nejsilnější zatemnění. Tato snadná kontrola správné polohy je jednou z předností této metody před klínovými kompenzátory.

Dráhový rozdíl lze získat početně nebo vyhodnotit z grafu podle Bereka (1924) nebo Beljankina (1949).

Početně:

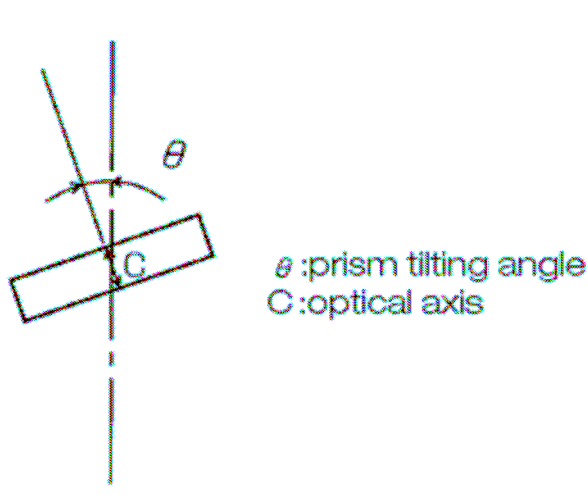
$$R = C * f(i). \quad (5.6)$$



Nebo můžeme pro výpočet použít disperzních vztahů. Pokud známe vzorce pro výpočty indexů lomu řádného a mimořádného paprsku pro materiál Bereků (pro kalcit viz. výše), stačí nám pro výpočty retardací jednotlivých řádů kompenzací pouze jedna hodnota úhlu kterou

dosadíme do následujícího vztahu:

$$R = 2C \frac{\left| \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta}{n_e^2}} - \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta}{n_o^2}} \right|}{\left( \frac{1}{n_e^2} - \frac{1}{n_o^2} \right)} . \quad (5.7)$$



Obr. 5.2 Stanovení úhlu pro druhou možnost výpočtu

Ke stanovení velikosti dvojlomu potřebujeme znát vedle retardace ještě tloušťku preparátu ve stejném místě řezu, kde bylo zpoždění měřeno. Použijeme vztahu:

$$D = \frac{R}{t} . \quad (5.8)$$

## 6. Popis zařízení

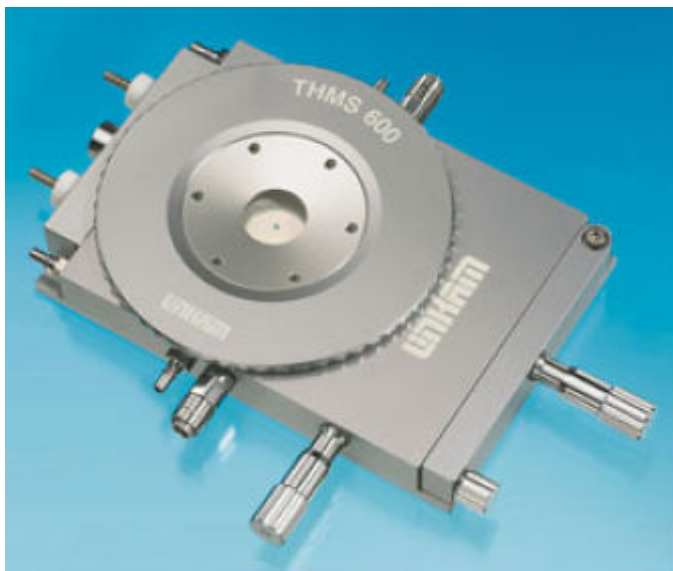
### 6.1 Linkam Examina Pro

K proměření dvojlomu světla v širokém rozsahu teplot je zapotřebí několikerého zařízení. Je to jednak ohřevný a chladicí systém. Pro tyto účely jsme použili systém od firmy Linkam a to konkrétně Examina Pro system.



Obr. 6.1 Linkys Examina Pro

V našem případě jsme použili teplotní komoru typu THMS 600. Tento systém je schopný velmi rychle a spolehlivě ohřívat či chladit pozorovaný vzorek. Tato komora dosahuje teplotního rozsahu od  $-196^{\circ}\text{C}$  až  $600^{\circ}\text{C}$ . Vzorek se zde pokládá na leštěnou stříbrnou destičku o síle 0.17 mm, která zajišťuje vhodný teplotní přenos na zkoumaný vzorek.

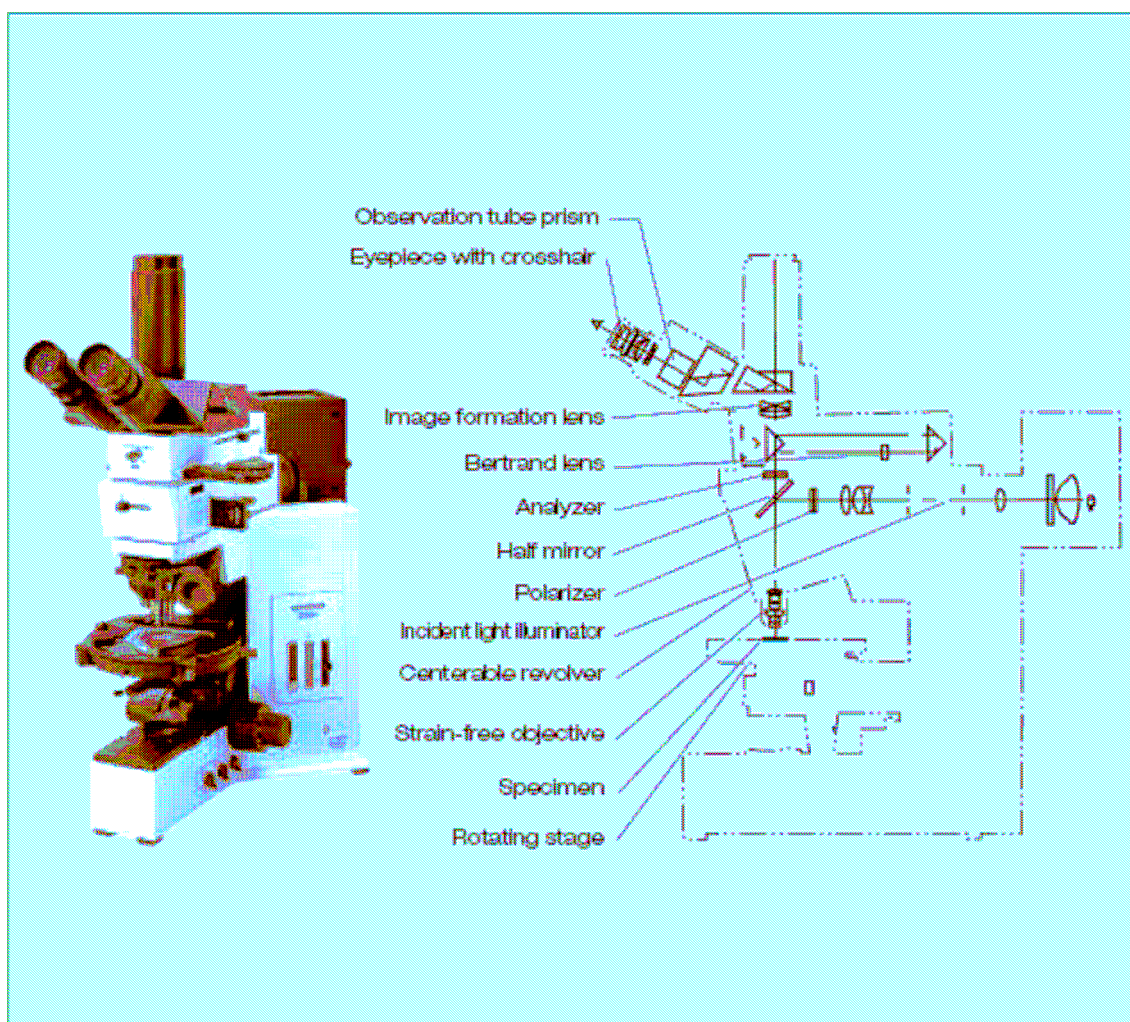


Obr. 6.2 THMS 600

Vzorek je možno zahřívat od  $0.01^{\circ}\text{ C/min}$  až po  $130^{\circ}\text{ C/min}$  a vše lze řídit pomocí počítače použitím LinkSys softwarem. Program můžeme ovládat manuálně nebo průběh změny teplot nastavit dopředu a nechat řídit počítačem.

## 6.2 Mikroskop Olympus BX60

Dále jsme používali polarizační mikroskop od firmy Olympus. Tento mikroskop využívá polarizovaného světla k prozkoumání optických vlastností vzorku. Původně se tyto mikroskopy používaly pro výzkum v petrografii a mineralogii. Dnes se využívají i v biologii, medicíně apod. Námi používaný mikroskop je typ využívající dopadajícího světla. Tento typ se využívá pro pozorování metalických a matných, nebo neprůsvitných krystalů.



Obr. 6.3 Polarizační mikroskop

### 6.3 Berekův kompenzátor

Jako další nedílnou součástí mikroskopu pro měření dvojlomu bylo nutné používat ještě další zařízení a to Berekův kompenzátor. Námi použitý kompenzátor je taktéž od firmy Olympus. Berekův kompenzátor je optické zařízení schopné kvantitativního určování vlnové délky retardací krystalů, minerálů a ostatních dvojlomných materiálů. Můžeme pomocí něj měřit tloušťku materiálu nebo, jako v našem případě, určovat dvojlom materiálu. Kompenzátor pracuje při měření s úhlem natočení povětšinou kalcitové destičky, která je vyřiznuta kolmo k optické ose mikroskopu. Berekův kompenzátor se chová jako izotropní materiál v případě, že dvojlomná destička je kolmá na optickou osu mikroskopu a tak nemá vliv na světlo procházející skrz.



Obr. 6.4 Berekův kompenzátor firmy Olympus

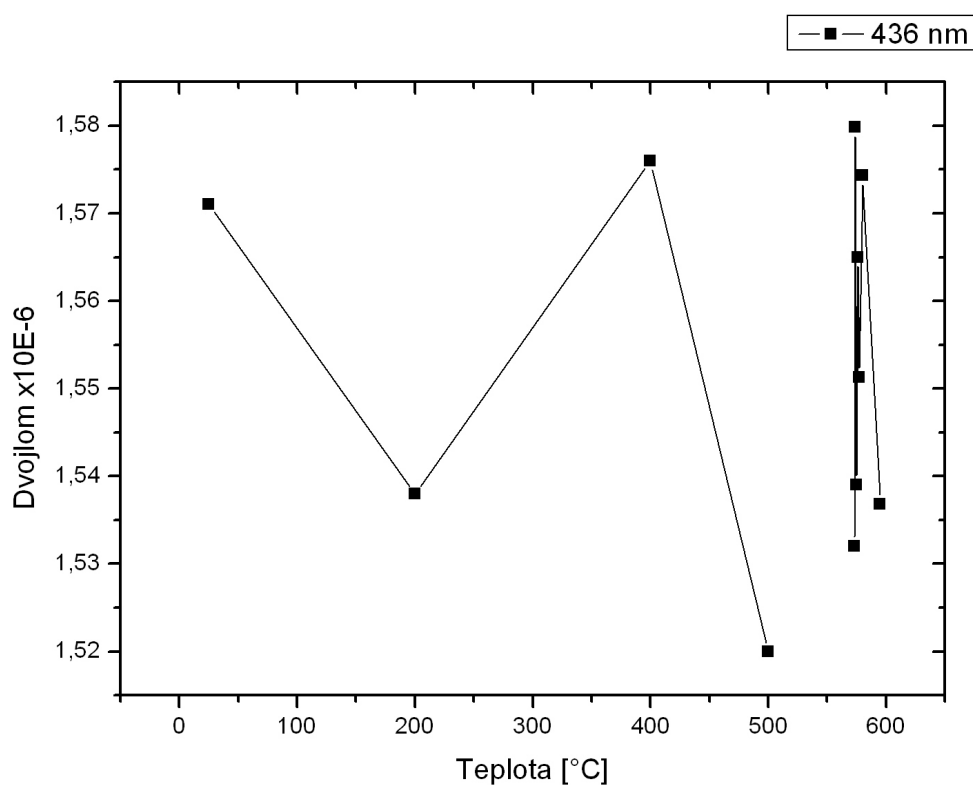
Pokud destičku kompenzátoru v důsledku nastavování pootočením vychýlíme s ohledem na směr dopadajícího polarizovaného světla a optické osy mikroskopu, příslušná plocha se shoduje s indexy lomu mimořádného paprsku a mění tak rychlost světla procházejícího krystalem.

Max Berek vyvinul tento druh polarizačního kompenzátoru v roce 1913 jako variabilní vlnovou destičku, která může generovat čtvrt nebo půlvlnové zpoždění při kterékoliv vlnové délce od 200 nm až po 2800 nm. To dramaticky zredukovalo počet vlnových destiček nezbytných pro kvantitativní světelnou polarizační mikroskopii.

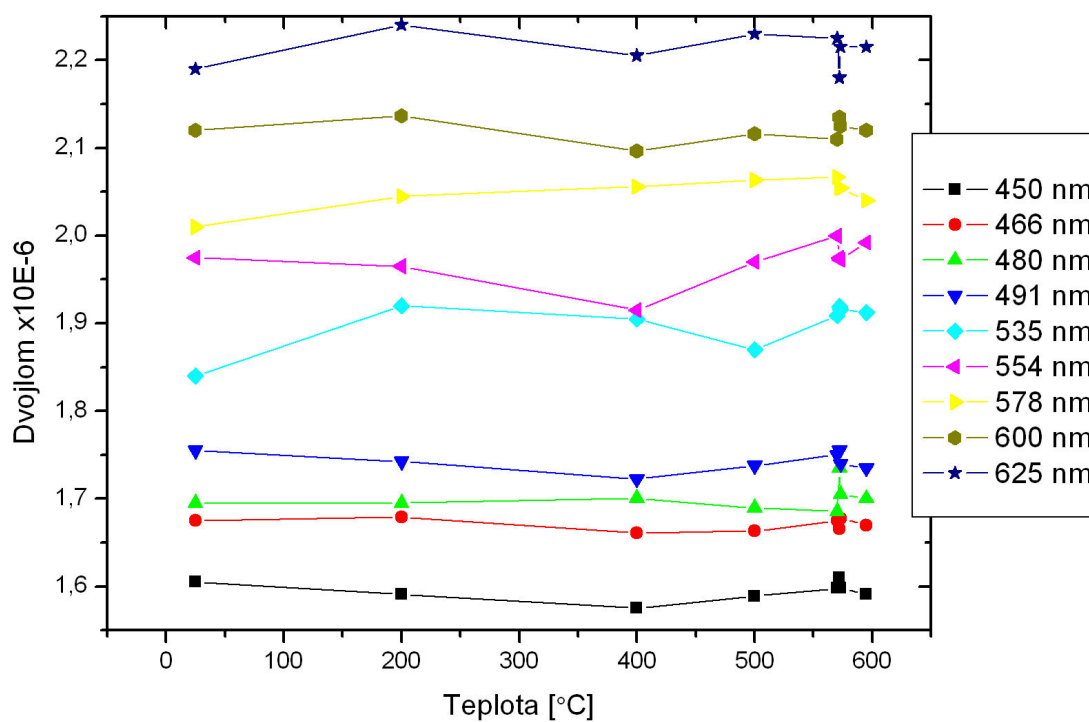
## 7. Výsledky měření a jejich zhodnocení

### 7.1 Křemen $\text{SiO}_2$

Námi zkoumaný vzorek křemene měl tloušťku 0,30 mm. Z literatury víme, že u křemene by měl fázový přechod nastat při teplotě  $573^\circ\text{C}$ . vzorek jsme proměřili tedy pod všemi deseti filtry monochromatického světla při teplotách  $25^\circ\text{C}$  (pokojová teplota),  $200^\circ\text{C}$ ,  $400^\circ\text{C}$ ,  $500^\circ\text{C}$ ,  $570^\circ\text{C}$ ,  $572^\circ\text{C}$ ,  $573^\circ\text{C}$  a  $595^\circ\text{C}$ . A kolem teploty fázového přechodu ještě při teplotách  $574^\circ\text{C}$ ,  $575^\circ\text{C}$ ,  $576^\circ\text{C}$ ,  $577^\circ\text{C}$  a  $580^\circ\text{C}$ , ale už jen pod jedním filtrem monochromatického světla a to při  $\lambda=436\text{ nm}$ .



Graf 7.1



Graf 7.2

Z grafu 7.1 s hodnotami naměřenými při  $\lambda=436$  nm je patrné, že hodnota dvojlomu je konstantní a až za teplotou fázového přechodu začne výrazněji klesat.

Pouze dvě hodnoty vybočují a to bude patrně způsobeno chybou v měření.

Teplota [°C]	Dvojlom x10E-1
25	1,57E-04
200	1,54E-04
400	1,58E-04
500	1,52E-04
570	1,15E-04
572	1,15E-04
573	1,53E-04
574	1,58E-04
575	1,54E-04
576	1,57E-04
577	1,55E-04
580	1,57E-04
595	1,54E-04

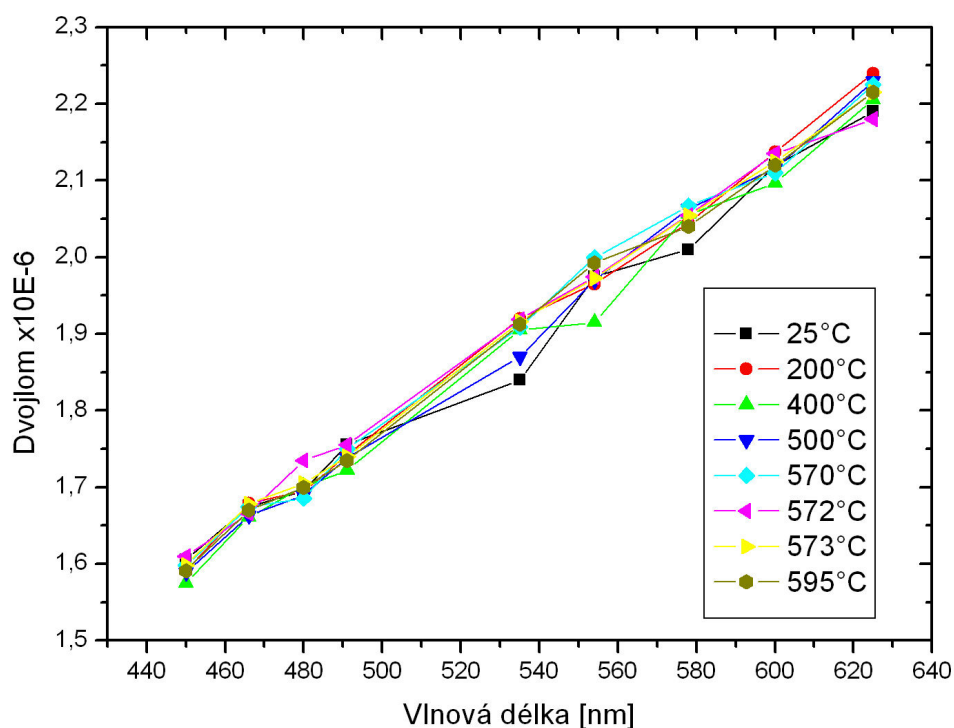
Tabulka 7.1  $\lambda=436$  nm

Toto je viditelné z tabulky 7.1 vypočtených hodnot dvojlomu. Na druhém grafu je toto také patrné.

Teplota [°C]	450 nm	466 nm	480 nm	491 nm	535 nm	554 nm	578 nm	600 nm	625 nm
25	1,61E-04	1,68E-04	1,70E-04	1,76E-04	1,84E-04	1,98E-04	2,01E-04	2,12E-04	2,19E-04
200	1,59E-04	1,68E-04	1,70E-04	1,74E-04	1,92E-04	1,97E-04	2,05E-04	2,14E-04	2,24E-04
400	1,58E-04	1,66E-04	1,70E-04	1,72E-04	1,91E-04	1,92E-04	2,06E-04	2,10E-04	2,21E-04
500	1,59E-04	1,66E-04	1,69E-04	1,74E-04	1,87E-04	1,97E-04	2,06E-04	2,12E-04	2,23E-04
570	1,60E-04	1,67E-04	1,69E-04	1,75E-04	1,91E-04	2,00E-04	2,07E-04	2,11E-04	2,23E-04
572	1,61E-04	1,67E-04	1,74E-04	1,76E-04	1,92E-04	1,97E-04	2,05E-04	2,14E-04	2,18E-04
573	1,60E-04	1,68E-04	1,71E-04	1,74E-04	1,92E-04	1,97E-04	2,05E-04	2,13E-04	2,22E-04
595	1,59E-04	1,67E-04	1,70E-04	1,74E-04	1,91E-04	1,99E-04	2,04E-04	2,12E-04	2,22E-04
Dvojlom x10E-1									

Tabulka 7.2

Podíváme-li se na graf závislosti dvojlomu na vlnové délce je zřejmé, že hodnota dvojlomu v jednotlivých teplotách takřka lineárně roste s rostoucí vlnovou délkou.



Graf 7.3

## 7.2 Germanát olova $\text{Pb}_5\text{Ge}_3\text{O}_{11}$

Vzorek  $\text{Pb}_5\text{Ge}_3\text{O}_{11}$ , který jsme zkoumali měl tloušťku 1,05 mm. Tento vzorek jsme opět zkoumali při všech deseti filtrech monochromatického světla. Z literatury je nám známo, že u  $\text{Pb}_5\text{Ge}_3\text{O}_{11}$  dochází k fázovému přechodu při teplotě 177 °C. Proměřili jsme ho tedy při 25 °C (pokojová teplota), 90 °C, 150 °C, 180 °C a v oblasti kolem fázového přechodu pod filtrem o  $\lambda=578$  nm při 175 °C, 176 °C, 177 °C, 178 °C, 179 °C. Dvojlom tohoto vzorku se pohyboval pod hranicí chyby měření. Hodnoty odečtené na Berekově kompenzátoru se téměř nelišily od hodnot získaných při kalibraci kompenzátoru bez vloženého vzorku. A jeho hodnota se nezměnila ani v teplotách za fázovým přechodem. Jak jsme se dočetli v literatuře [3], [4] dvojlom se po teplotě fázového přechodu měnit nijak výrazně nemusí. A jakákoliv další optická aktivita se projeví spíše za působení elektrického pole.

## 7.3 Bárium titanát $\text{BaTiO}_3$

U tohoto vzorku jsme museli tloušťku určovat pomocí optické metody popsané v [2]. Tato metoda spočívá v tom, že nejprve zaostříme na vrchní plochu vzorku a odečteme číselnou hodnotu z mikroskopu, poté zostříme na spodní plochu a odečteme i druhou hodnotu. Tyto dvě hodnoty odečteme a zdánlivou tloušťku získáme vynásobením počtu dílků hodnotou 1  $\mu\text{m}$ . Reálnou tloušťku získáme ze vzorce:

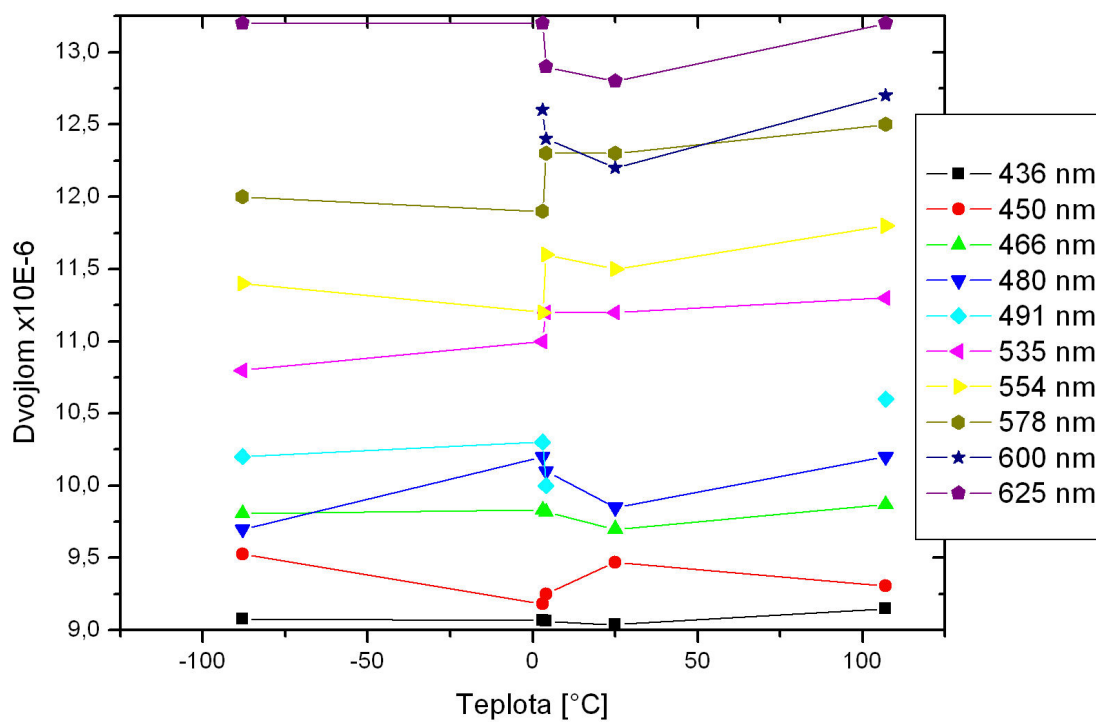
$$t = t_1 \frac{n}{n_i} . \quad (7.1)$$

Toto měření a výpočet uděláme pro řádný i mimořádný paprsek. A pro přesnější výsledek zprůměrujeme. Takto získaná tloušťka měla hodnotu  $t = 51,46 \mu\text{m}$ .

Z literatury víme, že fázové přechody prvku mají nastat při teplotách -90 °C, 5 °C a 110 °C.

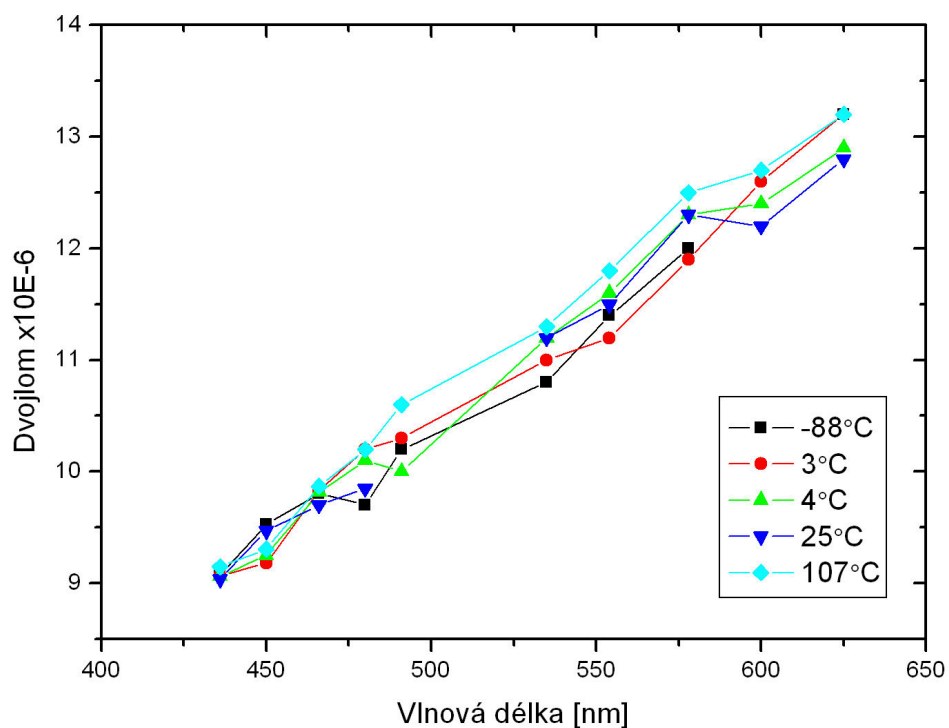
V našem případě tyto přechody nastaly při -88 °C, 4 °C a 107 °C. V teplotách nižších než -88 °C a vyšších než 107 °C nebyl prvek dvojlomný.





Graf 7.4

Z grafu 7.4 je zřejmé, že v oblasti, kde je  $\text{BaTiO}_3$  dvojlomný, jsou hodnoty dvojlozu pro všechny proměřované vlnové délky takřka konstantní. Pouze při fázovém přechodu při teplotě 4 °C je patrnější odskok.



Graf 7.5

A z druhého grafu je zřejmé, že hodnoty dvojlomu pro jednotlivé vlnové délky takřka lineárně rostou. Pouze dvě hodnoty mají výrazněji odlišnou velikost než ostatní a to bude opět zřejmě způsobeno chybou v měření.

Teplota [°C]	436 nm	450 nm	466 nm	480 nm	491 nm	535 nm	554 nm	578 nm	600 nm	625 nm
-88	9,08E-04	9,53E-04	9,81E-04	9,70E-04	0,00102	0,00108	0,00114	0,0012	0,00204	0,00132
3	9,07E-04	9,18E-04	9,83E-04	0,00102	0,00103	0,0011	0,00112	0,00119	0,00126	0,00132
4	9,06E-04	9,25E-04	9,82E-04	0,00101	1,00E-03	0,00112	0,00116	0,00123	0,00124	0,00129
25	9,04E-04	9,47E-04	9,70E-04	9,85E-04	1,00E-04	0,00112	0,00115	0,00123	0,00122	0,00128
107	9,15E-04	9,31E-04	9,87E-04	0,00102	0,00106	0,00113	0,00118	0,00125	0,00127	0,00132
Dvojlom x10E-1										

Tabulka 7.3

## 8. Závěr

Úkolem této bakalářské práce bylo proměřit a zjistit závislosti změn hodnot dvojlomu v širokém rozsahu teplot při jednotlivých vlnových délkách osvětlení. A dále pozorovat změny dvojlomu při fázových přechodech těchto krystalů. Ukázalo se, že dvojlom krystalu  $\text{Pb}_5\text{Ge}_3\text{O}_{11}$  není naší metodou měřitelný. Naopak u krystalů  $\text{SiO}_2$  a  $\text{BaTiO}_3$  se teplotní závislost projevuje a je zde i poměrně dobře měřitelná.

U prvku  $\text{SiO}_2$  se ukázalo, že u teplot za fázovým přechodem hodnota dvojlomu začne mírně klesat. Jinak je tento prvek z tohoto hlediska celkem stabilní.

Prvek  $\text{BaTiO}_3$  je tedy dvojlomný jen mezi teplotami od  $-88^\circ\text{C}$  až  $107^\circ\text{C}$ , což jsou hodnoty jeho dvou fázových přechodů. Ale tento prvek má ještě třetí hodnotu teploty fázového přechodu. A to při  $4^\circ\text{C}$ .  $\text{BaTiO}_3$  je z hlediska dvojlomu stabilní mezi teplotami od  $-88^\circ\text{C}$  až  $4^\circ\text{C}$ , kde nastává mírný pokles velikosti hodnot dvojlomu. Po tomto poklesu je ale opět stabilní až po hodnotu teploty  $107^\circ\text{C}$ , kde nastává fázový přechod a prvek přestává být dvojlomný.

# Literatura

- [1] Fuka J., Havelka B., Optika a atomová fyzika, Praha, 1961
- [2] Bouška V., Kašpar P., Speciální optické metody, Academia, Praha 1983
- [3] Hosea T. J., Lockwood D. J., Taylor W., A Raman study of the ferroelectric soft mode in lead germanate, Edinburgh, 1979, Solid State Phys., Volume 12, 387-404
- [4] Shur V. Y., Gruverman A. L., Letuchev V. V., Rumyantsev E. L., Subbotin A. L., Domain structure of lead germanate, Sverdlovsk, 1989, Ferroelectrics, Volume 98, 29-49
- [5] Viethen M., Ghosez Ph., Temperature dependence of the electro-optic tensor and refractive indices of BaTiO<sub>3</sub> from first principles, 2005, Physical Review B 71, 132101
- [6] Courtens E., Birefringence of SrTiO<sub>3</sub> Produced by the 105°K Structural Phase Transition, Zurich, 1972, Physical Review Letters, Volume 29, 1380-1383

# Příloha

Naměřené hodnoty:

SiO<sub>2</sub>

a [°]	b [°]	λ [nm]	T [°C]
41,95	18,9	436	25
48,6	12,2		
53,3	7,15		
57,6	3,1		
61,25	-0,6		
43,4	17	450	
49,75	10,65		
54,45	5,75		
58,65	1,8		
36,15	24,1	466	
46,3	14,35		
52,05	8,4		
56,65	3,9		
38,85	22	480	
47,45	13,2		
53,25	7,5		
57,5	3,05		
40,1	19,9	491	
48,15	12,05		
53,8	6,6		
58,45	2,2		
45,6	14,9	535	
52,35	8,2		
57,2	3,05		
36,5	23,75	554	
47,15	13,15		
53,6	6,5		
58,9	1,85		
39,9	20,85	578	
49,15	11,2		
55,25	5,15		
41,9	18,3	600	
50,35	9,8		
56,7	3,8		
44,6	15,9	625	
52,55	7,9		
58,35	2,05		

a [°]	b [°]	λ [nm]	T [°C]
36,7	23,85	436	200
45,95	14,4		
51,4	8,75		
55,7	4,45		
59,35	0,75		
44,95	15,2	450	
50,75	9,4		
55,4	4,85		
59,35	1		
43,35	16,95	466	
50	10,35		
54,9	5,35		
59	1,05		
41,95	17,75	480	
49,05	11,1		
54,3	5,9		
58,75	1,6		
40,2	19,35	491	
48,3	12		
54,05	6,45		
58,55	2,15		
45,55	14,65	535	
52,4	7,95		
57,45	2,75		
44,8	15,5	554	
52	8,45		
57,3	3,1		
42,95	16,55	578	
51,15	9,05		
56,95	3,45		
41	19,05	600	
50,15	10,15		
56,25	3,9		
37,75	22,15	625	
48,9	11,35		
55,65	4,65		

<b>a [°]</b>	<b>b [°]</b>	<b>λ [nm]</b>	<b>T [°C]</b>
44,15	15,6	436	400
50,3	9,65		
54,8	5,15		
58,75	1,2		
43,55	16,4	450	
49,75	10,25		
54,5	5,5		
58,3	1,5		
41,2	18,7	466	
48,65	11,5		
53,5	6,15		
58	2,05		
39,65	21,35	480	
47,7	12,75		
53,25	7,05		
57,45	2,55		
38,3	22,2	491	
46,9	13,2		
52,15	7,35		
57,3	2,65		
44,3	15,7	535	
51,5	8,65		
56,7	3,5		
43,8	16,7	554	
50,85	9,4		
56,4	3,9		
41,55	19,5	578	
49,85	10,4		
55,8	4,25		
38,3	21	600	
48,6	11,35		
55,05	4,95		
47,75	12,55	625	
54,75	5,4		
60	0		

<b>a [°]</b>	<b>b [°]</b>	<b>λ [nm]</b>	<b>T [°C]</b>
44	16,4	436	500
49,1	10,45		
54	5,65		
58	1,9		
42	17,8	450	
48,7	11,25		
53,9	6,3		
57,6	2,05		
39,7	20,95	466	
47,6	12,75		
53,05	7,15		
57,3	2,85		
37,75	22,65	480	
46,35	13,85		
52,4	7,8		
56,8	3,2		
36,3	24,3	491	
46,1	14,15		
52,15	7,95		
57	3,4		
43,75	16,7	535	
50,5	9,45		
56,05	4,05		
41,35	18,35	554	
50	10,15		
55,8	4,75		
39,45	21,05	578	
48,8	11,25		
55,25	5,1		
36,9	23,35	600	
48,15	12,35		
54,75	5,55		
59,95	0,4		
46,95	13,5	625	
54,1	6,1		
59,8	0,65		

<b>a [°]</b>	<b>b [°]</b>	<b>λ [nm]</b>	<b>T [°C]</b>
44,15	15,6	436	400
50,3	9,65		
54,8	5,15		
58,75	1,2		
43,55	16,4	450	
49,75	10,25		
54,5	5,5		
58,3	1,5		
41,2	18,7	466	
48,65	11,5		
53,5	6,15		
58	2,05		
39,65	21,35	480	
47,7	12,75		
53,25	7,05		
57,45	2,55		
38,3	22,2	491	
46,9	13,2		
52,15	7,35		
57,3	2,65		
44,3	15,7	535	
51,5	8,65		
56,7	3,5		
43,8	16,7	554	
50,85	9,4		
56,4	3,9		
41,55	19,5	578	
49,85	10,4		
55,8	4,25		
38,3	21	600	
48,6	11,35		
55,05	4,95		
47,75	12,55	625	
54,75	5,4		
60	0		

<b>a [°]</b>	<b>b [°]</b>	<b>λ [nm]</b>	<b>T [°C]</b>
44	16,4	436	500
49,1	10,45		
54	5,65		
58	1,9		
42	17,8	450	
48,7	11,25		
53,9	6,3		
57,6	2,05		
39,7	20,95	466	
47,6	12,75		
53,05	7,15		
57,3	2,85		
37,75	22,65	480	
46,35	13,85		
52,4	7,8		
56,8	3,2		
36,3	24,3	491	
46,1	14,15		
52,15	7,95		
57	3,4		
43,75	16,7	535	
50,5	9,45		
56,05	4,05		
41,35	18,35	554	
50	10,15		
55,8	4,75		
39,45	21,05	578	
48,8	11,25		
55,25	5,1		
36,9	23,35	600	
48,15	12,35		
54,75	5,55		
59,95	0,4		
46,95	13,5	625	
54,1	6,1		
59,8	0,65		

a [°]	b [°]	$\lambda$ [nm]	T [°C]
41,75	18,55	436	570
48,25	11,65		
53,25	6,7		
57,3	2,8		
39,6	19,65	450	
47,15	12,65		
52,6	7,45		
57,15	3,2		
36,95	23,8	466	
46,2	13,85		
51,95	8,05		
56,65	3,7		
35,2	24	480	
45,6	14,65		
51,6	8,5		
56,55	3,9		
45	15,45	491	
51,4	8,9		
56,15	4		
41,65	18,95	535	
49,5	10,7		
55,2	5		
59,9	0,3		
39,4	20,55	554	
48,7	11,7		
54,9	5,45		
59,85	0,45		
36,15	23,6	578	
47,5	12,6		
54,25	5,95		
59,45	0,85		
46,9	13,45	600	
53,8	6,3		
59,2	1,15		
45,7	14,5	625	
53,3	6,85		
59,05	1,25		

a [°]	b [°]	$\lambda$ [nm]	T [°C]
41,75	18,25	436	572
48,2	11,95		
53,45	6,8		
57,3	2,8		
39,5	20,3	450	
47,35	12,75		
52,8	7,5		
57,05	3,2		
37,05	23,1	466	
46,2	14,05		
52,15	8,2		
56,7	3,75		
45,6	14,9	480	
51,6	8,65		
56,5	3,85		
44,9	15,4	491	
51	8,95		
56,25	4,1		
41	19,2	535	
49,3	10,8		
54,95	5,1		
59,85	0,45		
39,25	20,45	554	
48,55	11,7		
54,7	5,6		
59,6	0,5		
36,2	23,3	578	
47,5	12,75		
54,15	6		
59,3	0,8		
46,8	13,4	600	
53,85	6,3		
59,15	0,9		
45,4	14,8	625	
53,25	7,1		
58,49	1,4		



<b>a [°]</b>	<b>b [°]</b>	<b>λ [nm]</b>	<b>T [°C]</b>
42,05	18,6	436	573
48,1	12,05		
53,05	6,95		
57,3	2,95		
39,7	20,15	450	
47,4	12,8		
52,6	7,35		
57,05	3,25		
36,6	23,1	466	
46,1	13,8		
52,1	8		
56,7	3,65		
45,35	14,7	480	
51,45	8,6		
56,25	3,95		
44,9	15,55	491	
51,15	9,05		
56,1	4,2		
41,2	19,25	535	
49,3	10,85		
55	5,05		
59,9	0,5		
39,55	20,85	554	
48,5	11,65		
54,7	5,5		
59,6	0,6		
36,45	23,85	578	
47,4	12,6		
54,15	6,05		
59,35	0,9		
46,65	13,5	600	
53,85	6,4		
59,05	1		
45,4	14,75	625	
53,1	7		
58,8	1,35		

<b>a [°]</b>	<b>b [°]</b>	<b>λ [nm]</b>	<b>T [°C]</b>
41,3	19,5	436	574
48,2	11,85		
53,3	7,05		
57,3	2,85		
42	18,75	436	575
48,2	12		
53,1	6,8		
57,3	2,95		
41,8	18,95	436	576
48	12,15		
53,15	6,85		
57,35	2,8		
41,2	18,75	436	577
48,1	12,2		
52,95	7,05		
57,15	2,9		
40,6	19,7	436	580
47,4	12,6		
52,7	7,2		
57	3,15		

<b>a [°]</b>	<b>b [°]</b>	<b><math>\lambda</math> [nm]</b>	<b>T [°C]</b>
39,5	20,75	436	595
47,3	13,3		
52,15	7,95		
56,35	3,75		
37,55	23,25	450	
45,75	14,05		
51,5	8,25		
56,05	4,15		
44,8	15,3	466	
50,8	9,1		
55,7	4,45		
59,8	0,25		
43,95	16,05	480	
50,45	9,45		
55,4	4,75		
59,7	0,35		
43,4	16,9	491	
50,15	9,95		
55,2	4,9		
59,55	0,5		
39,2	21,45	535	
48,25	12,05		
54,25	5,95		
59,1	1,25		
36,45	23,6	554	
47,3	12,9		
53,85	6,3		
58,9	1,3		
46,45	13,7	578	
53,3	6,85		
58,55	1,6		
45,4	14,7	600	
52,8	7,4		
58,4	1,85		
44,05	16,05	625	
52,05	7,85		
58	2		

**Pb<sub>5</sub>Ge<sub>3</sub>O<sub>11</sub>**

<b>a [°]</b>	<b>b [°]</b>	<b>λ [nm]</b>	<b>T [°C]</b>
44,45	15,25	436	25
50,45	9,4		
55,4	5		
44,5	15,25	450	
50,65	9,6		
55,5	4,85		
59,45	0,85		
44,85	14,95	466	
51,15	9,15		
56,05	4,55		
44,6	15,2	480	
51,25	8,85		
56,05	4,15		
45,05	15,1	491	
51,3	8,65		
56,3	3,8		
45,45	14,45	535	
52,2	7,7		
57,35	2,8		
45,85	14,15	554	
52,7	7,4		
57,8	2,2		
46,05	13,75	578	
53,15	6,8		
58,45	1,65		
46,5	13,45	600	
53,55	6,45		
59	1,1		
46,9	13,2	625	
54,25	5,8		
59,65	0,35		

<b>a [°]</b>	<b>b [°]</b>	<b>λ [nm]</b>	<b>T [°C]</b>
44,65	15,25	436	90
50,8	9,2		
55,25	4,5		
59,15	0,25		
44,45	15,25	450	
50,35	9,3		
55,45	4,5		
59,1	0,5		
44,5	15,35	466	
50,9	9,1		
55,6	4,35		
59,8	0,1		
44,7	14,8	480	
51,2	8,7		
56	4		
45,15	14,8	491	
51,5	8,45		
56,25	3,65		
45,7	14,3	535	
52,45	7,45		
57,45	2,55		
45,95	14	554	
52,8	7,25		
58,05	2,2		
46,4	13,7	578	
53,35	6,85		
58,65	1,5		
46,6	13,3	600	
53,65	6,4		
59	1		
47,05	13,15	625	
54,1	5,8		
59,7	0,35		

<b>a [°]</b>	<b>b [°]</b>	<b>λ [nm]</b>	<b>T [°C]</b>
45,25	14,8	436	150
51,5	8,15		
56,45	3,8		
44,75	14,75	450	
51,2	8,8		
55,9	4,15		
59,95	0,4		
44,75	14,8	466	
51	8,75		
55,75	4,05		
59,85	0,05		
44,9	15	480	
51,2	8,55		
56,15	3,9		
45,05	14,9	491	
51,4	8,55		
56,4	3,2		
45,8	14,2	535	
52,4	7,6		
57,5	2,6		
46,1	14	554	
52,9	7,15		
57,95	2,05		
46,4	13,5	578	
53,3	6,7		
58,7	1,3		
46,2	13,45	600	
53,6	6,25		
59	1,1		
47	12,95	625	
54,2	5,9		
59,5	0,2		

<b>a [°]</b>	<b>b [°]</b>	<b>λ [nm]</b>	<b>T [°C]</b>
46,4	13,7	578	175
53,2	6,75		
58,65	1,55		
46,35	13,65	578	176
53,25	6,65		
58,6	1,55		
46,2	13,8	578	177
53,2	6,65		
58,7	1,6		
46,4	13,7	578	178
53,4	6,65		
58,6	1,5		
46,25	13,7	578	179
53,3	6,65		
58,6	1,5		

<b>a [°]</b>	<b>b [°]</b>	<b>λ [nm]</b>	<b>T [°C]</b>
44,6	15,25	436	180
51,15	8,3		
55,7	4,25		
59,85	0		
44,7	14,7	450	
50,6	8,8		
55,7	3,65		
59,6	0,6		
44,45	14,85	466	
51	9,1		
55,95	4,15		
59,75	0,1		
45,3	15,05	480	
51,35	8,75		
56,15	3,95		
45,1	14,85	491	
51,6	8,35		
56,4	3,7		
45,75	14,1	535	
52,3	7,55		
57,55	2,5		
45,9	13,9	554	
52,95	7,2		
58	2,15		
46,25	13,5	578	
53,25	6,6		
58,5	1,3		
45,65	13,25	600	
53,6	6,2		
59	1		
47,1	12,95	625	
54,1	5,7		
59,7	0,3		

**BaTiO<sub>3</sub>**

<b>a [°]</b>	<b>b [°]</b>	<b>λ [nm]</b>	<b>T [°C]</b>
44,3	15,6	436	25
50,1	9,3		
54,9	4,75		
58,7	1,55		
44,2	15,3	450	
50,35	9,3		
55,2	4,65		
59,15	0,8		
44,75	14,85	466	
50,8	8,8		
55,5	4,35		
59,85	0,3		
45,15	14,7	480	
51,2	8,7		
56,05	4,05		
45,25	14,7	491	
51,45	8,55		
56,1	3,75		
45,75	14	535	
52,3	7,75		
57,65	2,4		
46,1	13,9	554	
52,8	7,2		
58	2,15		
46,05	13,7	578	
53,25	6,8		
58,6	1,3		
46,85	13,15	600	
53,6	6,3		
59,05	1		
47,6	12,85	625	
54,1	5,7		
59,85	0,1		

<b>a [°]</b>	<b>b [°]</b>	<b>λ [nm]</b>	<b>T [°C]</b>
40,5	20,05	436	107
47,9	12,65		
53,3	7,65		
57,1	3,5		
39,7	20,65	450	
47,1	13,3		
52,9	7,95		
57,1	3,6		
37,7	23,25	466	
46,85	13,75		
52,8	8,1		
57,15	3,65		
46,1	14,25	480	
52,45	8,4		
57,25	3,8		
45,6	15	491	
52,05	8,25		
56,95	3,55		
44,85	15,8	535	
52,05	8,6		
57,3	3,5		
44,9	15,95	554	
52,25	8,55		
57,45	2,8		
44,4	16,5	578	
51,95	8,45		
57,75	2,45		
44,1	16,15	600	
52,35	8,15		
58,2	2,5		
44,2	16,4	625	
52,45	8		
58,4	2		

a [°]	b [°]	λ [nm]	T [°C]
44,45	16,2	436	4
50,3	9,95		
54,85	5,4		
58,75	1,7		
44,65	15,8	450	
50,55	9,85		
55,35	5,05		
59	1,3		
44,85	15,6	466	
50,8	9,45		
55,8	4,5		
59,9	0,6		
44,8	15,35	480	
51,2	8,9		
56,1	4,15		
45,25	14,8	491	
51,45	8,85		
56,25	3,9		
45,8	14,4	535	
52,2	7,75		
57,65	2,55		
46	14	554	
52,8	7,3		
58,1	2,15		
46,2	13,6	578	
53,3	6,6		
58,65	1,2		
46,7	13,15	600	
53,6	6,1		
59,2	1		
47,2	12,75	625	
54,25	5,55		
59,7	0,15		

a [°]	b [°]	λ [nm]	T [°C]
44,35	15,8	436	3
50,5	9,95		
54,95	5		
58,8	1,65		
44,8	15,75	450	
50,5	9,7		
55,05	4,85		
59,1	1,35		
44,7	15	466	
50,9	9,5		
56,05	4,5		
44,45	15,5	480	
51,2	9,1		
56,2	4,35		
45,65	15,25	491	
51,7	8,7		
56,65	3,8		
46,3	14	535	
52,85	7,6		
57,65	2,45		
47,2	13,8	554	
52,8	7		
58,3	2,1		
46,05	14,5	578	
53,05	7,25		
58,4	2,1		
46,1	14,35	600	
53,5	7,1		
59,1	1,5		
47,5	12,7	625	
54,5	5,4		
60,25	0,05		

<b>a [°]</b>	<b>b [°]</b>	<b>λ [nm]</b>	<b>T [°C]</b>
44,45	15,5	436	-88
50,6	9,65		
55	5,2		
58,9	1,35		
44	15,4	450	
50,35	9,8		
55	4,85		
59,15	0,8		
44,9	15,75	466	
50,75	9,2		
55,5	4,05		
59,75	0,5		
45,3	14,95	480	
51,3	8,65		
55,9	4,2		
45,3	14,85	491	
51,3	8,9		
56,5	3,85		
45,95	14,5	535	
52,3	7,6		
57,25	2,95		
45,9	14,1	554	
52,6	7,25		
57,8	2,25		
46,2	13,35	578	
53,25	6,65		
58,6	1,3		
46,6	13,3	600	
53,35	16,75		
59	1,5		
47,05	13,25	625	
54,3	6,1		
60,2	0,5		



## Funkce pro výpočty dvojlomů:

```
function [D]=Dvojlom(lambda);

t=?; % zde zadame tloustku materialu

ord=sqrt(0.4876*lambda^2/(lambda^2-0.0434^2)+0.3988*lambda^2/(lambda^2-0.0946^2)+2.3120*lambda^2/(lambda^2-23.7936^2)+1);

exo=sqrt(0.4134*lambda^2/(lambda^2-0.0368^2)+0.5050*lambda^2/(lambda^2-0.0908^2)+2.4905*lambda^2/(lambda^2-23.7720^2)+1);
%vypocet ordinalniho a extraordinalniho paprsku bereku pomoci lambdy

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

lambda1=0.5876;
C1=0.759966;
%R1=0.52111;
%alfa1=15;

ord1=sqrt(0.4876*lambda1^2/(lambda1^2-0.0434^2)+0.3988*lambda1^2/(lambda1^2-0.0946^2)+2.3120*lambda1^2/(lambda1^2-23.7936^2)+1);

exo1=sqrt(0.4134*lambda1^2/(lambda1^2-0.0368^2)+0.5050*lambda1^2/(lambda1^2-0.0908^2)+2.4905*lambda1^2/(lambda1^2-23.7720^2)+1);

d=2*C1/(((1/exo1^2)-(1/ord1^2))*ord1); % pomocny vypocet pro tloustku mat.bereku

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

C=(d*ord/2)*((1/exo^2)-(1/ord^2));
%vypocet konsanty C

load data.txt
[m,n]=size(data)

for i=1:m
    for j=1:n

        alfa=data(i,j);
        alfa=abs(30-alfa);
        alfa=2*pi*alfa/360;
        D(i,j)=(2*C*abs(sqrt(1-sin(alfa)^2/exo^2)-sqrt(1-sin(alfa)^2/ord^2)))/((1/exo^2)-(1/ord^2));
        D(i,j)=abs(D(i,j));
        D(i,j)=D(i,j)/t;
        save vysldata.txt R -ascii;

    end
end
%pocitani retardaci z nactenych hodnot alfa ze souboru data.txt a ulozeni do souboru vysldata.txt
```